*

Om forholdet mellom det mentale og det fysiske

Del II

*

Morten Rognes

2011

*

© Morten Rognes 2011

I

§1 Innledning

Vi skal i denne innledningen først gjøre rede for de forkunnskaper som trengs for å lese dette arbeidet. Dernest vil vi gjøre rede for formålet med det. Tilslutt vil vi gi en detaljert redegjørelse for hvordan vi har disponert materialet og dessuten gi en forholdsvis utførlig oversikt over innholdet.

Dette skrift er en fortsettelse av "Om forholdet mellom det mentale og det fysiske. Del I"[1]. Før man tar fatt på dette skrift er det derfor en selvfølge, og naturligvis helt nødvendig, at man har lest igjennom Del I og kjenner den litteraturen som er oppført i referanselisten til denne første delen. Man skulle kanskje tro at dette var tilstrekkelig, men vi vil likevel gjøre oppmerksom på følgende: Leseren bør ha en inngående kjennskap til, og fortolighet med, med den utsagnsteorien som er innebygd i teorien TMF. Denne utsagnsteorien har forfatteren i noen grad utviklet og forsøkt å belyse i en rekke skrifter. Det vil trolig være tilstrekkelig om man arbeider seg gjennom "En teori om presise deskriptive utsagn"[2]. Videre er det nødvendig for lesningen av dette skrift at man også er fortrolig med de egenskapsteoriene som er behandlet i "Egenskaper. Del I" og "Egenskaper. Del II".[3] Selvom ikke alt i disse skriftene er nødvendig for forståelsen av det som tas opp her, vil det utvilsomt lette lesningen. Det er også nødvendig at leseren har kjennskap til den versjonen av det mengdeteoretiske systemet ZFC med urindivider som er lagt til grunn i TMF.[4]

Tre andre skrifter kan også anbefales før man tar fatt på det foreliggende skrift. Det vil opplagt være en fordel om man leser igjennom "Tilstandsstrukturer og insidens" og "Om ekvivalensrelasjoner og partisjoner "[5]. I begge arbeidene undersøkes en rekke begrepsdannelser som også spiller en fremtredende rolle her. Endelig nevner vi "Egenskaper, tid og hendelser".[6] Resultatene i dette arbeidet benyttes flittig og spiller en viktig rolle i §4 - §6.

§1.1 Hensikten med arbeidet

Man kan si at hovedformålet med dette skrift er todelt. For det første er vi interessert i å belyse visse, man kunne si klassiske, problemstillinger som er knyttet til forholdet mellom det mentale og det fysiske. Det dreier seg hovedsakelig om tre problemstillinger.

For det første har vi spørsmålet om den begrepsverden vi bruker for å omtale indre, sjelelige prosesser og fenomener kan reduseres helt eller delvis til den begrepsverden som

1 Se Rognes [14]
2 Se Rognes [3]
3 Se Rognes [4],[5]
4 Se Rognes [6],[7], [8].
5 Se Rognes [12],[13]
6 Se Rognes [15]

© Morten Rognes 2011

benyttes for å beskrive den ytre, rent fysiske natur. For det andre dreier det seg om spørsmålet om den motsatte reduksjon er mulig, med andre ord om det begrepssystem vi benytter for å beskrive den objektive, fysiske verden på et eller annet vis kan reduseres til begreper som brukes for å beskrive den indre, umiddelbare strøm av opplevelser. For det tredje er vi også interessert i å belyse en tredje mulighet, nemlig om disse to begrepsmangfold, som er knyttet til henholdsvis det mentale og det fysiske, er uavhengige av hverandre slik at de begreper som hører med til det ene mangfold ikke kan defineres, hverken implisitt eller eksplisitt, ved hjelp av begrepene som hører til det andre mangfold. Denne siste muligheten utelukker naturligvis ikke at det kan være et intimt nettverk av logiske forbindelser mellom de to begrepsmangfold. Muligheten utelukker ikke at ethvert mentalt utsagn kan være implisert av talløse fysiske utsagn, og at mentale utsagn i sin tur kan implisere en nær sagt ubegrenset mengde med fysiske utsagn.

I forbindelse med disse problemstillingene bør det nevnes at vi i dette skrift hovedsakelig er opptatt av de rent logiske forhold mellom de to begrepsmangfold. Her vil vi ikke komme inn på de problemstillinger som knytter seg til en eventuell kausal interaksjon mellom det mentale og det fysiske. Heller ikke vil det i dette skrift gis noen utførlig drøfting av hvordan de rent fysiske lover forholder seg til eventuelle psykofysiske lover. Selvom man er av den mening at de mentale begreper hverken kan reduseres til fysiske, eller omvendt, kan man logisk sett likevel hevde at en fullstendig beskrivelse av det fysiske hendelsesforløp i en mulig verden, sammen med alle de kausallover som gjelder i denne verden, entydig bestemmer det rent mentale hendelsesforløp. En nærmere diskusjon av slike kausale aspekter ved forholdet mellom det mentale og det fysiske vil bli behandlet i den tredje delen av dette arbeidet og ikke behandlet her.

Er annet hovedformål med dette skrift, som selvfølgelig henger sammen med de problemstillingene vi har nevnt, er å vise hvordan teorien TMF, som vi her arbeider innenfor, kan utvikles videre. I Del I innskrenket vi oss til å gi en beskrivelse av de grunnleggende setninger i denne teori og til å stille opp det rent formale rammeverk på en presis måte. I denne delen av vårt arbeid er det vår hensikt å bevise en ganske betraktelig mengde med satser som kan utledes i denne teori og som skulle kunne gi leseren et fyldigere og tydeligere bilde av hva teorien egentlig går ut på. Det bør imidlertid understrekes at språket til TMF er svært omfattende og uttrykksrikt. Det er derfor mulig å utvikle teorien i mange forskjellige retninger, også i andre retninger enn dem vi har konsentrert oss om her.

Innenfor rammen av TMF er det mulig å avgrense presist tre ekvivalensrelasjoner over mengden av mulige verdener. For det første kan man ved hjelp av de fysiske predikatene i teorien gi en presis definisjon av når to verdener har den samme fysiske totalhistorie. På tilsvarende vis kan man, ved hjelp av de mentale predikatene i teorien, definere når to verdener har den samme totale "mentale" historie. Endelig kan man, med visse forbehold som vi skal omtale senere, definere når to verdener har den samme totale intensjonale historie.

Nå vil enhver ekvivalensrelasjon R over mengden av mulige verdener inndele denne mengden i en mengde av ikke-tomme, innbyrdes disjunkte og samlet uttømmende ekvivalensmengder. Denne mengden av ekvivalensmengder som er bestemt av R betegner vi med R*. Man kan så betrakte mengden av de utsagn hvis sannhetsmengde er unionen av elementene i en eller annen delmengde av R*. Vi kaller denne mengden med utsagn for utsagnsmengden bestemt av R og betegner den med "U(R)".

Til hver og en av de tre ekvivalensrelasjonene vi nevnte ovenfor vil det derfor svare en entydig bestemt mengde med utsagn, nemlig mengden med fysiske utsagn, mengden av

© Morten Rognes 2011

mentale utsagn og mengden av intensjonale utsagn.

Et av prosjektene i det foreliggende arbeid er å gi alternative karakteristikker av de nevnte utsagnsmengder. Innenfor rammen av TMF kan man for eksempel, i forbindelse med mengden av fysiske utsagn, definere en spesiell undermengde, nemlig de fysiske elementærutsagn. Man kan så vise at mengden av fysiske utsagn er identisk med den minste mengden av utsagn som inneholder de fysiske elementærutsagn og som er lukket under negasjon og uendelig konjunksjon. Tilsvarende resultater kan vises i forbindelse med mengden av mentale utsagn og mengden av det vi kaller intensjonale utsagn.

Det er også mulig å introdusere visse hendelsesbegreper i forbindelse med de nevnte utsagnsmengder. Svarende til de fysiske elementærutsagn og negasjonene av dem innfører vi en klasse av hendelser som vi kaller for fysiske elementærhendelser. Med en sammensatt fysisk hendelse forstås så en hvilken som helst mengde av fysiske elementærhendelser. En fysisk hendelse i vid forstand er så en mengde med sammensatte fysiske hendelser som parvis er inkonsistente med hverandre, det vil si at to sammensatte hendelser i mengden ikke kan inntreffe i den samme mulige verden. Vi viser nå at det er mulig å bruke dette begrepet om en fysisk hendelse i vid forstand til å karakterisere mengden av fysiske utsagn. Til mengden av alle de verdener hvor en fysisk hendelse i vid forstand foreligger realisert finnes det et konsistent fysisk utsagn som er sant i nøyaktig disse verdenene. Omvendt kan man vise at dersom u er et konsistent fysisk utsagn finnes det alltid en fysisk hendelse i vid forstand, H, som foreligger realisert i nøyaktig de og bare de verdenene hvor utsagnet u er sant.

Tilsvarende hendelsesbegreper kan innføres i forbindelse med mengden av mentale utsagn og det vi kaller for mengden av intensjonale utsagn. Helt analoge resultater kan bevises i forbindelse med disse utsagnsmengdene.

Det bør også nevnes at man innenfor hver av de tre hoveklassene av utsagn vi betrakter kan studere en rekke undermengder. Disse kan karakteriseres på tilsvarende vis.

Vårt hovedanliggende i det foreliggende arbeid er imidlertid ikke så mye å finne diverse karakteristikker av de utsagnsmengdene vi har nevnt, selvom dette i og for seg er viktig nok, men å diskutere hvordan disse utsagnsmengdene forholder seg til hverandre innbyrdes. Når vi i det følgende snakker om mengden av fysiske, mentale og intensjonale utsagn skal vi ha i tankene disse mengdene minus det kontradiktoriske og det tautologiske utsagn. Kort sagt mener vi, når vi i det følgende snakker om for eksempel de mentale utsagn, mengden av de kontingente mentale utsagn.

Holder vi oss, i første omgang, til mengden av fysiske utsagn og mengden av mentale utsagn, som begge er ikke-tomme, er det nøyaktig fem muligheter. Det er mulig at de mentale utsagn utgjør en ekte delmengde av de fysiske utsagn, det er mulig at de to utsagnsmengdene er identiske, det er mulig at de fysiske utsagn utgjør en ekte delmengde av de mentale utsagn, det er mulig at de to utsagnsmengdene er disjunkte og det er endelig mulig at de to mengdene overlapper hverandre, dvs. at mengdene har noen felles elementer, men at hver av dem også inneholder særegne elementer.

Ingen av disse mulighetene er utelukket på grunnlag av de aksiomene som inngår i TMF. Som man også umiddelbart innser er mulighetene gjensidig uforenelige.

Konfrontert med disse fem mulighetene oppstår naturlig nok spørsmålet om hvem av dem som faktisk foreligger. Dette kan neppe avgjøres i en håndvending. Men man kan si at hovedformålet med det foreliggende arbeid er å belyse hva som følger fra, og hva som impliserer, hver og en av disse fem mulighetene for derved å få et bedre innblikk i hva de enkelte fem påstander innebærer. To av disse fem påstandene, som vi i mindre grad vil drøfte,

© Morten Rognes 2011

virker åpenbart eiendommelige, nemlig den påstand at mengden av de mentale utsagn skulle være identisk med mengden av fysiske utsagn, og den påstand at de fysiske utsagn skulle være en ekte del av de mentale utsagn. I forbindelse med begge påstander virker det rimelig å tro at man kan finne motargumenter som må regnes som meget sterke.

Den førstnevnte av de fem mulighetene, nemlig påstanden at de mentale utsagn utgjør en ekte delmengde av mengden av de fysiske utsagn, kan virke mer plausibel. Man kan vise at denne påstanden er ekvivalent med den påstand at dersom to verdener har nøyaktig den samme totale fysiske historie har de også den samme totale mentale historie. Det totale fysiske hendelsesforløp i en mulig verden bestemmer altså entydig det totale mentale hendelsesforløpet i den samme verden. Man kunne også uttrykke dette ved å si at det mentale i en viss forstand er supervenient i relasjon til det fysiske.

I forbindelse med tesen om at mengden av de mentale utsagn er strengt inkludert i mengden av de fysiske gjør vi hovedsakelig to ting. For det første formulerer vi presist forskjellige varianter av en korrelasjonsteori og en identitetsteori for mentale inntrykk og viser at disse teoriene impliserer den nevnte supervenienstese. Identitetsteorien som formuleres representerer en form for materialisme. Det bør imidlertid bemerkes at den mulighet at de mentale utsagn utgjør en ekte delmengde av de fysiske, ikke i seg selv impliserer at mentale entiteter er fysiske størrelser, at mentale entiteter ikke finnes, eller at det må være noen form for identitet eller korrelasjon mellom det mentale og det fysiske.

Det andre vi gjør i forbindelse med tesen om at de mentale utsagn er inkludert i de fysiske er å vise at denne tesen, under visse nærmere spesifiserte forutsetninger er ikke-trivielt ekvivalent med visse andre teser. Vi viser blant annet at tesen er ekvivalent med den påstand at det for ethvert logisk mulig momentant bevissthetsinntrykk y finnes en temporal, rent fysisk, egenskap F;y som er slik at det er logisk nødvendig at y fremtrer for bevisstheten til personen x ved tidspunktet t hvis og bare hvis det fysiske legemet til x har egenskapen F;y ved tidspunktet t. Dette resultat kan knapt kalles trivielt. Men det viser naturligvis ikke at supervenienstesen er holdbar. Det er forøvrig mulig å vise en rekke varianter av dette resultat som også kaster et visst lys over den påstand at de mentale utsagn er en delmengde av de fysiske.

At det mentale logisk sett er superveient i forhold til det fysiske er neppe noen direkte opplagt tese. Vi presenterer visse argumenter mot den. Hvis man tar disse argumentene høytidelig fremtrer ikke de tre første av de fem alternativene vi nevnte ovenfor som spesielt opplagte. Siden de fem mulighetene gjensidig utelukker hverandre er det derfor all grunn til å ta de to siste alternativene på alvor. Det dreier seg da om den mulighet at mengden av de kontingente fysiske utsagnene ikke har noen felles elementer med mengden av de kontingente mentale utsagn, og den mulighet at disse to mengdene overlapper.

Det ville naturligvis ha vært velkomment om man kunne ha lagt frem et bevis for holdbarheten av ett av disse alternativene eller et bevis for disjunksjonen av dem. Vi er imidlertid ikke i stand til å fremlegge noe slikt bevis.

Man bør imidlertid iakta følgende angående den påstand at mengden av kontingente fysiske utsagn er disjunkt med mengden av kontingente mentale utsagn. Tesen utelukker ikke at det kan eksistere et intrikat nettverk av implikasjonsforhold mellom fysiske utsagn på den ene side og mentale utsagn på den annen side. Det er intet som berettiger en i å trekke denne slutningen fra tesen. Men den impliserer at ingen rent mentale begreper kan defineres ved hjelp av fysiske, og at det mentale derfor i en viss forstand ikke kan reduseres til det fysiske.

Når det gjelder tesen om at de kontingente fysiske utsagn ikke har noen elementer

© Morten Rognes 2011

felles med mengden av de kontingente mentale utsagn, la oss kalle dette tesen om irredusibilitet, viser vi et ekvivalensteorem. Er x en ikke-tom mengde med mulige verdener definerer vi induktivt en sekvens <Γ;n(x)>/nêN/ der vi for hvert nêN har at Γ;n(x) er en mengde av mengder av mulige verdener. Vi har følgelig at UN/nêN/(Γ;n(x)) også er en mengde av mengder av mulige verdener, og derfor at UN(UN/nêN/(Γ;n(x))) er en mengde av mulige verdener. Tidligere ble det nevnt at to verdener kan ha den samme totale mentale historie. Dette er en ekvivalensrelasjon. La oss, akkurat her, betegne mengden av de ekvivalensklasser som denne ekvivalensrelasjonen gir opphav til med M*. Et viktig resultat vi gir bevis for er da at tesen om irredusibilitet holder hvis og bare hvis man har for et hvert element i aêM* at UN(UN/nêN/(Γ;n(a))) er identisk mengden av alle mulige verdener. En nærmere inspeksjon av definisjonen av sekvensen Γ og beviset for satsen viser at dette teoremet gir en god del informasjon om hva tesen om irredusibilitet innebærer. Resultatet kan heller ikke karakteriseres som opplagt.

Vi beviser et beslektet teorem i forbindelse med den tese at mengden av de kontingente fysiske utsagn og mengden av de kontingente mentale utsagn overlapper.

De satser og resultater vi har skissert og omtalt ovenfor utgjør det viktigste vi har å si når det gjelder de fem mulighetene som nødvendigvis består mellom de mentale og de fysiske utsagn. De representerer derfor det viktigste vi i dette arbeidet har å bidra med når et gjelder forsøket på å avklare de rent logiske sider ved forholdet mellom det mentale og det fysiske.[7]

§1.2 En redegjørelse for disposisjonen av materialet og en oversikt over innholdet.

Innholdsmesssig kan dette arbeidet, som det forsåvidt fremgår av fremstillingen i forrige avsnitt, inndeles i tre deler.

Vi fremlegger først en generell teori om det vi kaller egenskapsstrukturer.[8] Dernest tar vi for oss visse generelle setninger om forholdet mellom ekvivalensrelasjoner og utsagnsmengder. Disse temaene, som tas opp i §2 og §3, utgjør hovedinnholdet i den første delen.

I den andre delen, §4 - §6, avgrenser vi tre hovedmengder med utsagn, nemlig mengden av de fysiske, mentale og intensjonale utsagn og gir forskjellige ikke-trivielle karakteristikker av disse utsagnsmengdene. I denne delen benytter vi oss flittig av de

---

7 Enhver som leser dette skrift, og spesielt studerer referanselisten, vil sikkert stusse over jeg stort sett bare henviser til arbeider jeg selv har skrevet. Når jeg ikke i større grad referer til meget kjente filosofer som Davidson, Rorty, Putnam, Kripke, Chalmers, Kim, Bloch, Jackson, Armstrong, Churchland og en lang rekke andre som har gitt verdifulle bidrag til det felt jeg her begir meg inn på er det ikke fordi jeg ikke har lest dem, eller fordi jeg underkjenner deres betydning, men av de følgende grunner: For det første har jeg vært opptatt av å utvikle og undersøke teorien TMF. Ingen av de nevnte filosofer har noensinne undersøkt denne teorien. De har heller ikke gitt noen bidrag til den. For det andre har jeg funnet det ufruktbart å legge til avsnitt hvor jeg sammenligner aspekter ved min egen teori med synspunkter man finner hos de nevnte tenkere. Dette ville ha fordret et helt annet opplegg av dette skrift enn det jeg har sett for meg. Det er mulig at jeg senere vil kommentere det de nevnte og andre filosofer har sagt om forholdet mellom sjel og legeme. Det får eventuelt komme frem i andre hittil uskrevne skrifter. For det tredje har jeg aldri sett på "name-dropping" og en referanseliste som er omtrent like stor som det skrift den er en referanseliste til som noe tegn på vitenskapelighet eller tankedybde. Heldigvis er dette fenomen ikke så vanlig i artikler og avhandlinger om logiske og matematiske emner. Hvis noen ønsker en fyldig bibliografi som er forholdsvis oppdatert om temaer som er relatert til dem vi tar opp kan man studere bibliografiene i Kim [1] og Rosenthal [1].

8 Avsnittet om egenskapsstrukturer i §2 og dets underpragrafer, §2.1 - §2.5, er hovedsakelig identisk med Rognes [15]

© Morten Rognes 2011

resultater som ble presentert og bevist i den første delen av arbeidet.

I den tredje delen, §7 og dens underparagrafer, drøfter vi så, slik det ble beskrevet i forrige avsnitt forskjellige påstander angående forholdet mellom de tre utsagnsmengdene vi har avgrenset.[9]

La oss si noe mer spesifikt om innholdet i de enkelte paragrafene. Som nevnt innfører vi i §2 begrepet egenskapsstruktur. En presis definisjon av dette begrepet gis i §2.1. I tillegg definerer vi her hva som menes med ekvivalensrelasjonen bestemt av en egenskapsstruktur S, og hva som menes med mengden av elementærutsagnene over en slik struktur. I §2.2. innfører vi visse hendelsesbegreper i forbindelse med egenskapsstrukturer. Vi definerer presist hva som menes med en positiv og en negativ elementærhendelse over en egenskapsstruktur S, og hva som forstås med en sammensatt hendelse, og en hendelse i vid forstand, over en egenskapsstruktur S. I §2.3 formulerer vi de viktigste generelle resultatene om egenskapsstrukturer som vi bruker senere i arbeidet. I §2.4 gis det så detaljerte bevis for disse resultatene. Det siste avsnittet i §2 dreier seg om begrepet understruktur til en egenskapsstruktur. I §3 defineres hva som menes med utsagnsmengden bestemt av en ekvivalensrelasjon over mengden av mulige verdener. I denne paragrafen vises endel teoremer om dette som vi benytter senere.

Når det gjelder den andre delen av dette arbeiet utgjøres denne, som nevnt, av §4-§6. I §4 defineres hva som menes med den fysiske totalhistorien som foreligger realisert i en mulig verden. §4.1 inneholder en redegjørelse for begrepet fysisk objekt. I de etterfølgende paragrafer, §4.2 - §4.5, definerer vi først hva som menes med at to verdener er fysisk ekvivalente, videre introduseres en spesiell egenskapsstruktur S;f og vi viser at ekvivalensrelasjonen bestemt av S;f er identisk med den fysiske ekvivalensrelasjonen vi tidligere har definert. Vi definerer også, uavhengig av alt som har å gjøre med egenskapsstrukturer, hva som menes med et fysisk elementærutsagn og viser at mengden av de fysiske elementærutsagnene faller sammen med mengden av elementærutsagnene over S;f. Til slutt, i §4.5, viser vi ved hjelp av resultatene fra §2.3 to teoremer som gir en alternativ katarakteristikk av mengden av de fysiske utsagn, dvs. utsagnsmengden bestemt av den fysiske ekvivalensrelasjon vi innførte i §4.2.

Når det gjelder §5 og §6 har disse paragrafene den samme oppbygning som §4. I §5 definerer vi hva som menes med den totale mentale historien som foreligger i en mulig verden. Vi definerer så mental ekvivalens mellom mulige verdener på en slik måte at to verdener er mentalt ekvivalente hvis og bare hvis de har den samme mentale totalhistorie. På samme måte som i §4 innfører vi i §5 en spesiell egenskapsstruktur S;m og viser at ekvivalensrelasjonen bestemt av S;m er identisk med den mentale ekvivalensrelasjonen vi innførte tidligere. Det blir også bevist at mengden av elementærutsagn over S;m faller sammen med mengden av de mentale elementærutsagn. Den sistnevnte mengden defineres helt uavhengig av S;m. I §5 bruker vi også resultatene fra §2 for å bevise teoremer som gir alternative karakteristikker av mengden av de mentale utsagn.

§6 og dens underparagrafer har en struktur som er helt analog med den til §4 og §5. Vi innfører et begrep om intensjonal ekvivalens mellom mulige verdener og viser at denne relasjonen er identisk med ekvivalensrelasjonen bestemt av en egenskapsstruktur S;i som

9 Det bør bemerkes at jeg i hverken dette skrift eller det etterfølgende, "Om forholdet mellom det mentale og det fysiske. Del III" vil ta opp det Kim i Kim [1], kapittel 5, omtaler som kausal-teoretisk funksjonalisme. Heller ikke blir de temaer berørt som i den samme bok av Kim dreier seg om det han kaller "maskin-funksjonalisme". Se Kim [1] s 73 -101. Kims behandling av disse temaer er forøvrig forbilledlig klar og oversiktlig.

© Morten Rognes 2011

defineres presist. Den intensjonale ekvivalensrelasjonen bestemmer en utsagnsmengde som vi kaller mengden av de intensjonale utsagn. Ved hjelp av resulatene fra §2 viser vi så teoremer som gir forskjellige alternative karakteristikker av denne mengden.

Den tredje delen av vårt arbeid utgjøres av §7. Innledningsvis gjør vi rede for de mulighetene som består når det gjelder forholdet mellom to ikke-tomme mengder. I §7.1 drøfter vi så påstanden om at de kontingente mentale utsagnene er inkludert i mengden av de kontingente fysiske utsagn. I §7.1.1 formulerer og diskuterer vi en identitetsteori og en korrelasjonsteori som impliserer denne påstanden. I §7.1.2 viser vi, under visse nærmere spesifiserte betingelser, at to andre påstander er ekvivalente med tesen om at de kontingente mentale utsagn er en delmengde av de kontingente fysiske utsagn. Resultatene er av en ikke-triviell natur. Dessuten blir det bevist at helt analoge satser gjelder for den tese at de kontingente intensjonale utsagnene er en delmengde av de kontingente fysiske utsagn. Den siste underparagrafen i §7.1, §7.1.3 dreier seg om argumenter mot identifikasjonen av mentale utsagn med fysiske.

I §7.2 drøfter vi den tese at de fysisk utsagn er en delmengde av de mentale. Det fremlegges en del svært vektige argumenter mot denne tesen. §7.3 innholder noen kommentarer til den påstand at mengden av de mentale utsagn og mengden av de fysiske utsagn faller sammen. Det sier seg selv at denne tesen er mildt sagt merkverdig. Våre kommentarer er derfor kortfattede.

I §7.4 tar vi for oss den tese at mengden av de kontingente fysiske utsagn og mengden av de kontingente mentale utsagn er disjunkte. Hovedresutatet i denne paragrafen er et teorem som gir en et langt klarere bilde av hva denne tesen innebærer. Endelig viser vi i §7.5 et lignende teorem, som kan oppfattes som en generalisering av resultatet i §7.4, i forbindelse med tesen om at de kontingente fysiske utsagn overlapper med mengden av de kontingente mentale utsagn.

I

§2 Egenskapstrukturer. Noen viktige egenskaper og resultater

I denne paragrafen skal vi introdusere en del viktige begrepsdannelser og bevise en rekke resultater som vil bli benyttet i §4, §5 og §6.

Vi innfører først begrepet egenskapssstruktur. Dette er sentralt. Er S en egenskapsstruktur definerer vi så hva som menes med elementærutsagnene bestemt av S og ekvivalensrelasjonen bestemt av S. Mengden av elementærutsagnene som er bestem av egenskapsstrukturen S betegnes med "E(S)". Ekvivalensrelasjonen bestem av S betegner vi med "Ekv;S". Siden enhver ekvivalensrelasjon over mengden av mulige verdener bestemmer en utsagnsmengde U(e) betegner vi følgelig mengden av de utsagn som er bestem av Ekv;S med "U(Ekv;S)". De begrepsdannelsene som er nevnt her blir innført i §2.1.

I forbindelse med egenskapsstrukturer definerer vi også visse hendelsesbegreper. Dette skjer i §2.2. Her defineres først hva som menes med en positiv og en negativ hendelse over en egenskapsstruktur S. Elementærhendelsene over S defineres så som unionen av mengden av positive elementærhendelser over S og mengden av negative elementærhendelser over S. Med en sammensatt hendelse over S forstår vi en hvilken som helst ikke-tom mengde av elementærhendelser over S. I forbindelse med elementærhendelser og sammensatte hendelser definerer vi også hva som menes med at en slik hendelse foreligger realisert i en verden w. Tilslutt i §2.2 definerer vi så hva som menes med en hendelse i vid forstand over en

© Morten Rognes 2011

egenskapsstruktur S.

I §2.3 formulerer vi to hovedresultater. Det første sier at dersom S er en egenskapsstruktur er mengden av utsagn bestemt av ekvivalensrelasjonen over S, ie. U(Ekv;S), identisk med den minste utsagnsmengden som inneholder alle elemntærutsagnene over S og som dessuten er lukket under negasjon og uendelig konjunksjon. Det andre hovedresultatet er at et utsagn u er med i U(Ekv;S) hvis og bare hvis det enten er slik at u er det kontradiktoriske utsagnet eller det finnes en hendelse i vid forstand H som er slik at sannhetsmengden til u er identisk med mengden av alle de verdener hvor H foreligger realisert. Vi gir bevisene for disse to teoremene i §2.4. I den siste underparagrafen til denne paragrafen, det vil si i §2.5 introduserer vi begrepet understruktur til en egenskapsstruktur S. Vi gir der bevis for en sats som angir endel viktige egenskaper ved slike understrukturer. Denne sats blir benyttet i etterfølgende deler av dette arbeidet.

Begrepet egenskapsstruktur slik vi innfører det er svært generelt, og de satsene vi beviser om slike strukturer gjelder selvfølgelig allment. I §4 - §6 spesifiserer vi tre spesielle egenskapsstrukturer S;f, S;m og S;i. I §4 viser vi at utsagnsmengden bestemt av ekvivalensrelasjonen over S;f er identisk med det vi kaller mengden av fysiske utsagn. Denne mengden av fysiske utsagn defineres helt uavhengig av begrepet egenskapsstruktur. På tilsvarende vis viser vi i §5 og §6 at U(Ekv;(S;m)) og U(Ekv;(S;i)) er identiske med det som vi på en helt uavhengig måte definerer som mengden av mentale utsagn og mengden av intensjonale utsagn. De generelle satsene om egenskapsstrukturer som vi skissemessig nevnte ovenfor gjelder derfor for disse tre spesielle egenskapsstrukturene og er derfor av stor betydning for de ekvivalensresultatene vi viser i §4 - §6.

§2.1 Egenskapsstrukturer.

I det følgende skal vi anta at Tp er en på forhånd fiksert, ikke-tom mengde. Tp representerer mengden av alle tidspunkter. Vi kan så definere hva vi mener med en egenskapsstruktur. Dette skjer ved den følgende definisjon:

Definisjon 2.1.1 Med en egenskapsstruktur S forstås en struktur S= <A,D,T> der komponentene A,D og T oppfyller følgende to krav:
(i) A, D og T er ikke-tomme mengder der T er inkudert i Tp
(ii) Er fêA, er f et binært attributt, det vil si en binær egenskap, som oppfyller det følgende krav:

(+) (Ax)(Ay)(<x,y>êEkst;w(f) → yêTp)

Vi skal kalle den siste komponenten i en egenskapsstruktur S, mengden T, for tidspunktene i S.

Vi definerer så mengden av elementærutsagn over en egenskapsstruktur S:

Definisjon 2.1.2 Anta S=<A,D,T> er en egenskapsstruktur. Da er mengden av elementærutsagn over S, E(S), definert slik:

E(S) = Mg(μ;-1(Mg(w: wêI & <x,y>êEkst;w(f))) : <x,y>êDxT & fêA)

Er S=<A,D,T> en egenskapsstruktur, f en egenskap i A og x,t elementer i henholdsvis D og T ser man at Mg(w: wêI & <x,y>êEkst;w(f)) er mengden av alle de mulige verdener w der paret

© Morten Rognes 2011

<x,y> er med i ekstensjonen til egenskapen f i verdenen w.

μ;-1(Mg(w: wêI & <x,y>êEkst;w(f))) vil være det utsagnet hvis sannhetsmengde er denne mengden. Man kan si at dette utsagnet er det utsagn som sier at paret <x,y> har egenskapen f i verdenen w. Vi kunne ha betegnet dette med f(x,y). Innholdet i Definisjon 2.2 er derfor at elementærutsagnene over strukturen S er mengden av de diverse utsagnene f(x,t) ettersom <x,t> gjennomløper DxT og f gjennomløper mengden av egenskaper A.

Anta nå at S= <A,D,T> er en egenskapsstruktur. La w og w' være to mulige verdener. Da skal vi si at w og w' er S-ekvivalente, Ekv;S(w,w') hvis og bare hvis vi har:

(Af)(Ax)(At)(fêA & <x,t>êDxT → (<x,t>êEkst;w(f) ↔ <x,t>êEkst;w'(f)))

Man ser altså at det at to verdener w og w' er S-ekvivalente ikke innebærer noe annet en at dersom f er en egenskap og <x,t> et vilkårlig par i DxT så er <x,t> med i ekstensjonen til egenskapen f i verdenen w hvis og bare <x,t> er med i ekstensjonen til f i verdenen w'. I lys av Definisjon 2.2 kan dette også uttrykkes ved å si at at to verdener er S-ekvivalente dersom vi har for ethvert elementærutsagn u over S at dette er sant i w hvis og bare hvis det er sant i verdenen w'.

Denne ekvivalensrelasjonen kan defineres presist slik:

Definisjon 2.1.3 Anta S= <A,D,T> er en egenskapsstruktur. Da setter vi:

Ekv;S = Mg(<w,w'>: w,w'êI & (Af)(Ax)(At)(fêA & <x,t>êDxT →
(<x,t>êEkst;w(f) ↔ <x,t>êEkst;w'(f)))

Det er trivielt å verifisere at dette er en ekvivalensrelasjon over mengden av mulige verdener I. Vi betegner mengden av ekvivalensmengder som genereres av Ekv;S med (Ekv;S)*. Videre definerer vi mengden av utsagn som er bestemt av ekvivalensrelasjonen Ekv;S som mengden av alle de utsagn uêU der vi har at det finnes en delmengde c av (Ekv;S)* slik at sannhetsmengden til u er UN(c). Vi betegner mengden av utsagn bestemt av ekvivalensrelasjonen Ekv;S med U(Ekv;S). De begrepene vi her har innført kan formelt defineres slik:

Definisjon 2.1.4

(i) (Ekv;S)* = Mg(Mg(w: wêI & Ekv;S(w,w')): w'êI)

(ii) U(Ekv;S) = Mg(u: uêU & (Ec)(c Inkl (Ekv;S)* & μ(u) = UN(c)))

Anta at Δ Inkl E(S) der S er en egenskapsstruktur. Vi kaller da konjunksjonen av alle utsagnene i mengden Δ U Mg(Neg(u): uê(E(S)- Δ)) for tilstandsbeskrivelsen over S bestemt av utsagnsmengden Δ. Vi betegner tilstandsbeskrivelsen over S bestemt av utsagnsmengden Δ med φ;S(Δ). Formelt sett defineres dette begrepet slik:

Definisjon 2.1.5 Anta S=<A,D,T> er en egenskapsstruktur og Δ Inkl E(S). Da setter vi:

φ;S(Δ) = SNu(Δ U Mg(Neg(u): uê(E(S)- Δ)))

Er det klart hvilken egenskapsstruktur S vi har i tankene skriver vi bare "φ(Δ)" istedet for det mer kompliserte uttrykket "φ;S(Δ)".

© Morten Rognes 2011

§2.2 Hendelser

Anta S= <A,D,T> er en egenskapsstruktur. Vi sier da at h er en *positiv elementærhendelse* over S hvis og bare hvis det finnes fêA og <x,t>êDxT slik at h= <1,f,<x,t>>. Tilsvarende sier vi at h er en *negativ elementærhendelse* over S hvis og bare hvis det finnes fêA og <x,t>êDxT slik at h= <0,f,<x,t>>. h er en *elementærhendelse* over S hvis og bare hvis h enten er en positiv elementærhendelse over S eller en negativ elementærhendelse over S. Vi betegner mengden av positive elementærhendelser over S med Pos(S). Mengden av de negative elementærhendelsene over S betegnes med Neg(S). Klassen av elementærhendelser over S betegner vi med ElemH(S). Man har altså at ElemH(S) = Pos(S) U Neg(S).

Er h = <1,f,<x,t>> en positiv elementærhendelse, der fêA og <x,t>êDxT, sier vi at h foreligger realisert i verdenen w hvis og bare hvis vi har at wêI & <x,t>êEkst;w(f), med andre ord, hvis og bare hvis <x,t> er med i ekstensjonen til egenskapen f i verdenen w. Er h= <0,f,<x,t>> en negativ elementærhendelse, der fêA og <x,t>êDxT, sier vi at h foreligger realisert i verdenen w hvis og bare hvis wêI & ¬(<x,t>êEkst;w(f)).

Med en *sammensatt hendelse* over egenskapsstrukturen S forstår vi en hvilken som helst ikke-tom mengde av elementærhendelser over S. Vi har altså at h er en sammensatt hendelse over S hvis og bare hvis h≠ø og h Inkl ElemH(S). Mengden av sammensatte hendelser over S betegner vi med Hend(S). En sammensatt hendelse h foreligger realisert i den mulige verdenen w hvis og bare hvis alle elementærhendelsene som er med i h foreligger realisert i w. Bruker vi "Real(h,w)" som forkortelse for "h foreligger realisert i verdenen w" har vi altså at følgende gjelder, dersom h er en sammensatt hendelse:

Real(h,w) ↔ (Aa)(aêh → Real(a,w))

Vi skal også operere med noe vi kaller *hendelser i vid forstand.* Vi sier at H *er en hendelse i vid forstand over egenskapsstrukturen S* hvis og bare hvis H er en ikke-tom mengde av sammensatte hendelser over S som oppfyller de følgende krav: (i) Enhver sammensatt hendelse h som er med i H er realisert i en eller annen verden w. (ii) Er h,h' to distinkte sammensatte hendelser som er med i H finnes det ingen mulig verden w slik at både h og h' er realisert i verdenen w. Vi betegner mengden med hendelser i utvidet forstand over egenskapsstrukturen S med Hend*(S). Vi kan gir den følgende, mer formelle, definisjon i tillegg til den definisjonen som har blitt gitt rett ovenfor:

Definisjon 2.2.1 Anta S=<A,D,T> er en egenskapsstruktur. Da setter vi:
HêHend*(S) hvis og bare hvis man har:
(i) ø≠H Inkl Hend(S)
(ii) (Ah)(hêH → (Ew)(wêI & (Aa)(aêh → Real(a,w))))
(iii) (Ah)(Ah')(h,h'êH & h≠h' →
¬(Ew)(wêI & (Aa)(aêh → Real(h,w)) & (Aa)(aêh' → Real(h',w))))

Vi skal snakke om sannhetsmengden til en hendelse H i vid forstand over S. Dette er mengden av alle de verdener w hvor en eller annen sammensatt hendelse h som er med i H foreligger realisert. Vi betegner denne mengden med j(H) og gir den følgende formelle definisjon:

Definisjon 2.2.2 Anta S= <A,D,T> er en egenskapsstruktur. Anta HêHend*(S). Da setter vi:
j(H) = Mg(w: wêI & (Eh)(hêH & (Aa)(aêh → Real(a,w))))

© Morten Rognes 2011

Vi har nå gjort rede for de begrepsdannelsene vi trenger for å kunne formulere de viktigste satsene vi skal bevise i denne delen av vårt arbeid.

§2.3 Resultater om egenskapstrukturer

Vi skal, som nevnt innledningsvis, ta for oss tre satser. Den første av dem er dette teoremet:

Teorem 2.3.1 Anta S = <A,D,T> er en egenskapsstruktur. Da gjelder følgende:
(a) Er ø≠Δ Inkl E(S) og er φ(Δ) et konsistent utsagn har vi:
$(E!x)(x\hat{e}(Ekv;S)^* \ \& \ \mu(\varphi(\Delta)) = x)$
(b) Er $x\hat{e}(Ekv;S)^*$ finnes det en og bare en mengde Δ Inkl E(S) slik at $\mu(\varphi(\Delta)) = x$

Man ser at det fra denne påstanden følger, dersom S=<A,D,T> er en egenskapsstruktur, at det finnes en en-entydig avbildning ξ av $\Gamma = Mg(\Delta: ø \neq \Delta \text{ Inkl } E(S) \ \& \ Cons(\{\varphi(\Delta)\}))$ på $(Ekv;S)^*$ som er slik at $\mu(\varphi(\Delta)) = \xi(\Delta)$ såfremt $\Delta\hat{e}\Gamma$.

La oss før vi går videre nevne at dersom Δ er en vilkårlig mengde med utsagn er C(Δ) den minste utsagnsmengden som inneholder Δ, og som dessuten er lukket under uendelig konjunksjon og negasjon. Det første innebærer at dersom X er en vilkårlig delmengde av C(Δ) så er også konjunksjonen av alle utsagnene i X, det vil si SNu(X), med i C(Δ). Det andre innebærer at dersom x er et vilkårlig utsagn som er med i C(Δ) så er også utsagnet som er negasjonen av x, med andre ord Neg(x), med i C(Δ).

Ved hjelp av Teorem 2.3.1 og normalformsteoremet for utsagn[10] kan man gi et bevis for vårt andre hovedresultat. Det dreier seg om det følgende teorem:

Teorem 2.3.2 Anta S = <A,D,T> er en egenskapsstruktur. Da har vi at det følgende holder:
$U(Ekv;S) = C(E(S))$

Teoremet sier at mengden av de utsagn som er bestemt av Ekv;S er identisk med den minste utsagnsmengden som inneholder alle elementærutsagnene over S og som er lukket under uendelig konjunksjon og negasjon. Denne satsen kan neppe regnes som triviell siden beviset for Teorem 2.3.1 og normalformsteoremet ikke akkurat kan regnes som trivielle.

Den tredje satsen vi skal gi bevis for er:

Teorem 2.3.3 Anta S = <A,D,T> er en egenskapsstruktur. Anta x er et vilkårlig utsagn. Da gjelder følgende:
$x\hat{e}U(Ekv;S) \ \& \ \mu(x) \neq ø \ \leftrightarrow (EH)(H\hat{e}Hend^*(S) \ \& \ j(H) = \mu(x))$

Denne satsen gir en alternativ karakteristikk av utsagnsmengden bestemt av ekvivalens-relasjonen Ekv;S. Man ser at kondisjonalen mot høyre i satsen sier at dersom x er et konsistent utsagn som er med i U(Ekv;S) finnes en hendelse H i vid forstand over S der sannhetsmengden til H er identisk med sannhetsmengden til x. Omvendt innebærer kondisjonalen mot venstre at dersom x er et utsagn, og det finnes en hendelse H i vid forstand

10 Se Rognes [6]

© Morten Rognes 2011

over S hvis sannhetsmengde er identisk med sannhetsmengden til x, så er utsagnet x med blant utsagnene som er bestemt av Ekv;S.

Det skulle være lett å se at teoremet ovenfor også kan formuleres på følgende måte:

Teorem 2.3.3.1 Anta S = <A,D,T> er en egenskapsstruktur. Da har vi:
U(Ekv;S) = Mg(x: xêU & (μ(x)=ø v (EH)(HêHend*(S) & j(H) = μ(x))))

Vi har dermed presentert de teoremene som vi ønsker å bevise i den neste paragrafen.

§2.4 Bevis for resultatene

Hensikten med dette avsnittet er å gi detaljerte bevis for de satsene vi har nevnt i forrige paragraf. Vi starter med beviset for Teorem 2.3.1.

Bevis for Teorem 2.3.1 Vi gir først et bevis for punkt (a) i denne satsen. Anta S=<A,D,T> er en egenskapsstruktur. Anta videre at (1) ø≠ Δ Inkl E(S) og at (2) φ(Δ) er et konsistent utsagn. Det er nødvendig å vise at det finnes noe x0 som er slik at

(+) x0ê (Ekv;S)* & μ(φ(Δ)) = x0. Vi skal konstruere en slik x0.

Siden φ(Δ) er et konsistent utsagn finnes det en verden w0 slik at
(3) w0êI & w0ê μ(φ(Δ)). Vi konstruerer x0 ved å sette:

(4) x0= Mg(w': w'êI & Ekv;S(w',w0))

Det vil nå være nok å vise at x0 definert på denne måten oppfyller kravet (+). Fra (4), definisjonen av x0, ser man umiddelbart at x0ê(Ekv;S)*. Dette viser at den første halvdelen av (+) holder. Vi må imidlertid også vise at den andre konjunkten i (+) holder.

Først tar vi for oss inklusjonen mot høyre. Anta for vilkårlig w' at (5) w'êμ(φ(Δ)). Det vil da være tilstrekkelig å vise at Ekv;S(w',w0). Fra (5) og definisjonen av φ(Δ) følger:

(6.1) (Ay)(yêΔ → w'êμ(y))

(6.2) (Ay)(yê(E(S)- Δ) → w'ê μ(Neg(y))) Dette er ekvivalent med:

(6.3) (Ay)(yê(E(S)-Δ) → ¬(w'êμ(y)))

På tilsvarende vis følger fra den andre konjunkten i (3):

(7.1) (Ay)(yêΔ → w0êμ(y)) og

(7.2) (Ay)(yê(E(S)-Δ) → ¬(w0êμ(y)))

For å vise at Ekv;S(w',w0) vil det være tilstrekkelig å bevise:

(++) (Af)(Ax)(At)(fêA & <x,t>êDxT → (<x,t>êEkst;w'(f) ↔ <x,t>êEkst;w0(f)))

Anta derfor for vilkårlige f,x og t at (8) fêA og <x,t>êDxT. Definer nå utsagnet u0 ved:

u0 = Mg(w: wêI & <x,t>êEkst;w(f))

Man ser da ved hjelp av definisjonen av elementærutsagn at u0êE(S). Siden Δ Inkl E(S) ifølge (1) skiller vi mellom to tilfeller:

Tilfelle (i): u0êΔ. Da følger ved hjelp av (6.1) og (7.1) at w'êμ(u0) og w0êμ(u0). Fra dette og definisjonen av u0 følger

<x,t>êEkst;w'(f) & <x,t>êEkst;w0(f). Fra dette følger selvfølgelig at
<x,t>êEkst;w'(f) ↔ <x,t>êEkst;w0(f)). (++) holder derfor i dette tilfellet

Tilfelle (ii): u0ê(E(S)-Δ). Da følger ved hjelp av (6.3) og (7.2) at
¬(<x,t>êEkst;w'(f)) & ¬(<x,t>êEkst;w0(f)). Også fra dette følger
<x,t>êEkst;w'(f) ↔ <x,t>êEkst;w0(f)). Man ser at (++) holder også i dette tilfellet.

I begge tilfelle holder (++). Dette viser at Ekv;S(w',w0) og derfor at w'êx0. Vi har

© Morten Rognes 2011

dermed vist at inklusjonen mot høyre i μ(φ(Δ)) = x0 holder.

La oss nå vise inklusjonen mot venstre i μ(φ(Δ)) = x0. Anta for vilkårlig w' at w'êx0. Fra dette og (4), definisjonen av x0, følger (9) Ekv;S(w',w0). Fra dette og definisjonen av Ekv;S følger

(10) (Af)(Ax)(At)(fêA & <x,t>êDxT → (<x,t>êEkst;w'(f) ↔ <x,t>êEkst;w0(f)))

Vi må vise at w'êμ(φ(Δ)). I lys av definisjonen av φ(Δ) er det tilstrekkelig å vise at vi

(11.1) (Ay)(yêΔ → w'êμ(y)) og

(11.2) (Ay)(yê(E(S)-Δ) → ¬(w'êμ(y)))

Vi viser først (11.1): Anta yêΔ. Siden Δ ifølge (1) er inkludert i E(S) følger ved hjelp av definisjonen av E(S) at det finnes g,x',t' der (11.3) gêA og <x',t'>êDxT slik at (11.4) y= μ;-1(Mg(w: <x',t'>êEkst;w(g))). Nå følger det fra den andre konjunkten i (3) ovenfor at w0êμ(φ(Δ)). Dette impliserer ved hjelp av definisjonen av φ(Δ):

(12.1) (Ay)(yêΔ → w0êμ(y)) og

(12.2) (Ay)(yê(E(S)-Δ) → ¬(w0êμ(y)))

Siden vi antar yêΔ følger ved hjelp av (12.1) at w0êμ(y). Fra dette og (11.4) har vi <x',t'>êEkst;w0(g). Herav følger så ved hjelp av (10) at <x',t'>êEkst;w'(g) og derfor ved hjelp av (11.4) at w'êμ(y). Dette viser at (11.1) holder.

La oss så vise at (11.2). Anta for vilkårlig y at (13) yê (E(S)-Δ). Fra dette og definisjonen av E(S) følger at det finnes g,x',t' slik at

(14) y=Mg(w: wêI & <x',t'>êEkst;w(g)) hvor gêA og <x',t'>êDxT

Fra (13) og (12.2) kan man slutte ¬(w0êμ(y)). Fra dette og (14) følger ¬(<x',t'>êEkst;w0(g)). Fra dette og (10) kan man så slutte ¬(<x',t'>êEkst;w'(g)). Dette impliserer ¬(w'êμ(y)). Dette viser at også (11.2) holder.

Vi har dermed bevist at w'êμ(φ(Δ)), og følgelig også, siden w' var helt vilkårlig, at inklusjonen mot venstre i μ(φ(Δ))=x0 holder.

Det følger fra det som står ovenfor at dersom ø≠Δ Inkl E(S) og φ(Δ) er et konsistent utsagn så finnes det x slik at xê(Ekv;S)* & μ(φ(Δ)) = x. At denne x er entydig bestemt er trivielt. Dermed har vi levert et fullstendig bevis for punkt (a) i satsen.

Vi tar nå for oss punkt (b) i teoremet. Anta igjen at S=<A,D,T> er en egenskapsstruktur. Anta for vilkårlig x at (1) xê(Ekv;S)* Da har vi at x≠ø og derfor at det finnes w0êI slik at (2) w0êx. Vi må vise at det det finnes Δ0 der vi har (+) Δ0 Inkl E(S) & μ(φ(Δ)) = x Det er i og for seg lett å konstruere en slik Δ0. Det er nok å definere Δ0 slik:

(3) Δ0 = Mg(y: yê E(S) & w0êμ(y))

Gitt denne definisjonen har vi åpenbart at Δ0 Inkl E(S). Det vil derfor være tilstrekkelig å bevise: (4) μ(φ(Δ0)) = x

Vi gir først et bevis for inklusjonen mot høyre i (4). Anta derfor for vilkårlig w' at (5) w'êμ(φ(Δ0)). Det følger da ved hjelp av definisjonen av Δ0 at

(6.1) (Ay)(yêΔ0 → w0ê μ(y))

(6.2) (ay)(yê(E(S) - Δ0) → ¬(w0êμ(y))

Det vil nå være tilstrekkelig å bevise Ekv;S(w',w0). Dette innebærer i lys av definisjonen av Ekv;S at det vil være tilstrekkelig å vise:

(7) (Af)(Ax)(At)(fêA & <x,t>êDxT → (<x,t>êEkst;w'(f) ↔ <x,t>êEkst;w0(f)))

Anta derfor for vilkårlige f, x',t' at (8) fêA & <x',t'>êDxT. Definer utsagnet u;0 ved

(9) u;0 = μ;-1(Mg(w: wêI & <x',t'>êEkst;w(f))

Anta for reduktio ad absurdum at (10) <x',t'>êEkst;w'(f) & ¬(<x',t'>êEkst;w0(f)). Da følger

© Morten Rognes 2011

at ¬(w0êμ(u;0)). Fra dette og (6.1) følger ¬(u;0êΔ0) og siden u;0ê E(S) har vi derfor
(11) u;0ê (E(S)- Δ0). Fra (5) følger (Au)(uê(E(S)-Δ0) → ¬(w'êμ(u))). Fra dette og (11) følger ¬(w'êμ(u;0)) og derfor ¬(<x',t'>êEkst;w'(f)). Men dette strider mot den første konjunkten i (10). Dette viser at <x,t>êEkst;w'(f) → <x,t>êEkst;w0(f).

Anta på den annen side, også for reduktio ad absurdum, at

(12) ¬(<x',t'>êEkst;w'(f)) & <x',t'>êEkst;w0(f)

Da følger det ¬(w'êμ(u;0)). Siden det følger fra (5) at (Au)(uêΔ0 → w'êμ(u)) har vi at ¬(u;0êΔ0) og derfor at u;0ê(E(S)-Δ0). Fra dette og (6.2) følger i sin tur ¬(w0êμ(u;0)) og derfor ved hjelp av (9) at ¬(<x',t'>êEkst;w0(f)). Dette motsier åpenbart den andre konjunkten i (12). Det følger at (12) er umulig og at vi derfor har: <x,t>êEkst;w0(f) → <x,t>êEkst;w'(f).

Fra det vi nå har vist ser man at (7) holder og derfor at også inklusjonen mot høyre i (4) holder.

Vi tar nå for oss inklusjonen mot venstre i (4), med andre ord tar vi sikte på å bevise x Inkl μ(φ(Δ0)). Anta derfor for vilkårlig w' at (13) w'êx. Dette innebærer at Ekv;S(w',w0) og derfor ved hjelp av definisjonen av Ekv;S at

(14) (Af)(Ax)(At)(fêA & <x,t>êDxT → (<x,t>êEkst;w'(f) ↔ <x,t>êEkst;w0(f)))

Det vil være tilstrekkelig å bevise (15) w'êμ(φ(Δ0)) og derfor tilstrekkelig å vise:

(16.1) (Ay)(yêΔ0 → w'êμ(y))

(16.2) (Ay)(yê(E(S) - Δ0) → ¬(w'êμ(y)))

La oss først vise at (16.1) holder. Anta yêΔ0. Siden Δ0 inkl E(S) har vi at yêE(S) og derfor at det finnes f, x',t' slik at (17) y = Mg(w: wêI & <x',t'>êEkst;w(f)) & <f,x',t'>êAxDxT. Siden yêE(S) har vi ved hjelp av (3) at w0êy. Fra dette og (17) kan vi derfor slutte: (18) <x',t'>êEkst;w0(f). Fra (18) og (14) følger <x',t'>êEkst;w'(f) og derfor w'êμ(y). Dette viser at (16.1) holder.

For å vise at (16.2) holder, anta for vilkårlig for vilkårlig y at (19) yê(E(S)-Δ0). Da må det i lys av definisjonen av E(S) finnes f,x',t' slik at

(20) y= Mg(w:wêI & <x',t'>êEkst;w(f)) & <f,x',t'>êAxDxT

Fra (3) ovenfor følger (Ay)(yê(E(S)-Δ0) → ¬(w0êμ(y)). Dette og (19) impliserer ¬(w0êμ(y)) og derfor i lys av (20) at ¬(<x',t'>êEkst;w0(f)). Fra dette (20) og (14) kan vi slutte ¬(<x',t'>êEkst;w'(f)) , og derfor ved hjelp av (20) at ¬(w'êμ(y)). Dette viser at (16.2) holder.

Vi har nå vist at dersom xê(Ekv;S)* finnes det Δ der Δ Inkl E(S) & μφ(Δ)) =x. Vi må imidlertid vise at en slik Δ er entydig bestemt. Anta xê(Ekv;S)*, og anta for reduktio at absurdum at det finnes Δ,Δ' der Δ ≠ Δ' og der vi har:

(21) Δ Inkl E(S) & μ(φ(Δ)) =x

(22) Δ' Inkl E(S) & μ(φ(Δ')) =x

Siden Δ ≠ Δ' må det enten finnes noe y der vi har yêΔ & ¬(yêΔ'), eller så må det finnes y der ¬(yêΔ) & yêΔ'.

Tilfelle (i): (23) yêΔ & ¬(yêΔ') for noe y. Siden x≠ø har vi at w0êx for en eller annen verden w0. Det følger fra dette og (21) og (22) at w0êx = μ(φ(Δ)) = μ(φ(Δ')). Fra dette og definisjonen av φ(Δ) følger

(24) (Ay)(yêΔ → w0êμ(y))

(25) (Ay)(yê(E(S)-Δ') → ¬(w0êμ(y))

Man ser umiddelbart at (23) - (25) leder til en motsigelse.

Tilfelle (ii) yêΔ' & ¬(yêΔ) for noe y. Dette tilfellet behandles på akkurat samme

© Morten Rognes 2011

måte. Dette viser at den Δ det er tale om i teoremet er entydig bestemt.
Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for Teorem 2.3.1. **QED**

Vi går nå over til beviset for Teorem 2.3.2. Før vi går videre skal vi imidlertid formulere normalformteoremet for utsagn. Anta Δ er en vilkårlig utsagnsmengde og at X er en delmengde av Δ. Da definerer vi κ(X,Δ) ved:

κ(X,Δ) = SNu(X U Mg(Neg(x): xê(Δ-X))

Gitt denne definisjonen kan normalformteoremet formuleres slik:

Normalformteorem Anta Δ er en ikke-tom utsagnsmengde. Da gjelder for alle xêU:
xêC(Δ) ↔ (EΓ)(Γ Inkl Pt(Δ) & x= UNu(Mg(κ(X,Δ): XêΓ)))

La oss så gå over til beviset for Teorem 2.3.2

Bevis for Teorem 2.3.2 Anta (1) at S=<A,D,T> er en egenskapsstruktur. Fra Teorem 2.3.1 følger det temmelig umiddelbart at mengden av alle Δ der ø≠Δ Inkl E(S) & φ(Δ) er et konsistent utsagn kan avbildes en-entydig på (Ekv;S)*. Fra dette kan man slutte at det finnes en funksjon ξ som oppfyller følgende krav:

(2) Dom(ξ) = Mg(Δ: ø≠Δ Inkl E(S) & μ(φ(Δ)) ≠ø)
(3) ξ : Dom(ξ) -(1-1, på) → (Ekv;S)*
(4) (AΔ)(ΔêDom(ξ) → μ(φ(Δ)) = ξ(Δ))

A Vi skal vise at U(Ekv;S) = C(E(S)). Vi beviser først inklusjonen mot høyre. Anta for vilkårlig x at (5) xêU(Ekv;S). Da følger ved hjelp av definisjonen av U(Ekv;S) at det finnes c der vi har: (6) c Inkl (Ekv;S)* & μ(x) = UN(c). Det er to muligheter når det gjelder c: c kan være den tomme mengden eller en ikke-tom mengde. Vi skiller derfor mellom to tilfelle:

Tilfelle (i): c=ø. Det følger da at UN(c) =ø og derfor at μ(x)=ø. x er med andre ord det kontradiktoriske utsagnet. Sett nå Γ;0 = ø. Da har vi Γ;0 Inkl E(S). Videre har vi at Mg(φ(X): XêΓ;0) = ø og derfor at UNu(Mg(φ(X): XêΓ;0)) = μ-1(ø). Det følger derfor ved hjelp av normalformteoremet at μ;-1(ø)êC(E(S)). På den annen side har vi i dette tilfellet at μ(x)=ø og derfor at x=μ-1(ø). Det følger derfor at xêC(E(S)).

Tilfelle (ii): c≠ø. La oss per definisjon sette Z;0= Mg(ξ;-1(y): yêc) Ved hjelp av (3) kan vi da slutte at Z;0 Inkl Dom(ξ). Fra dette og (2) følger at (7) Z;0 inkl Pt(E(S)). Definer nå videre x;0 ved (8) x;0 = UNu(Mg(φ(x): xêZ;0)). Fra dette og (7) kan vi ved hjelp av normalformteoremet slutte at x;0 êC(E(S)). For å vise at xêC(E(S)) vil det derfor være tilstrekkelig å vise: x0=x. Nå har vi:

(9) μ(x;0) = μ(UNu(Mg(φ(x): xêZ;0))
= UN(Mg(μ(φ(x)): xêMg(ξ;-1(y):yêc)))
= UN(Mg(μ(φ(ξ;-1(y))): yêc)
= UN(Mg(ξ(ξ;-1(y)): yêc)) Dette holder i kraft av (4).
= UN(Mg(y: yêc))
= UN(c)
= μ(x) Denne siste identiteten følger fra (6)

Man ser altså at μ(x;0) = μ(x). Ved hjelp av identitetsaksiomet for utsagn følger da x=x;0, og

© Morten Rognes 2011

derfor at xêC(E(S)).

Vi har dermed vist at U(Ekv;S) Inkl C(E(S)).

B Vi skal nå vise inklusjonen den andre veien, med andre ord at C(E(S)) Inkl U(Ekv;S). Anta derfor for vilkårlig x at (10) xêC(E(S)). Da må det i kraft av normalformsteoremet finnes Γ;0 slik at (11) Γ;0 Inkl Pt(E(S)) og der vi har: (12) x= UNu(Mg(φ(y): yêΓ;0))

Tilfelle (i): Γ;0= ø. Da har vi at

(13) x= UNu(Mg(φ(y): yêΓ;0)) = UNu(ø) = μ-1(ø).

Det følger at μ(x) =ø. Men vi har at (14) ø= UN(ø) & ø Inkl (Ekv;S)*. Det følger derfor at det finnes c slik at μ(x)= UN(c) & c Inkl (Ekv;S)*. Fra dette følger at xêU(Ekv;S). Påstanden holder derfor i dette tilfellet.

Tilfelle (ii): Γ;0 ≠ø. Det kan være at noen av utsagnene φ(y) ettersom y gjennomløper Γ;0 er inkonsistente. Hvis alle er det, har vi at

μ(UNu(Mg(φ(y): yêΓ;0))) = UN({ø}) = ø og derfor at x er det inkonsistente utsagn. På samme måte som i forrige tilfelle kan man da vise at xêU(Ekv;S). Satsen holder derfor i dette spesielle tilfellet. Anta på den annen side at ikke alle y der yêΓ;0 er slik at φ(y) er det det inkonsistente utsagn. La Γ;0' være Γ;0 minus de yêΓ;0 der φ(y) er inkonsistent. Da har vi: (15) (Ay)(yêΓ;0' → ø≠y Inkl E(S) & μ(φ(y))≠ø). Dette impliserer i lys av (2) at

(16) Γ;0' Inkl Dom(ξ).

Dessuten må vi ha: (17) x= UNu(Mg(φ(y): yêΓ;0)) = UNu(Mg(φ(y): yêΓ;0')

Sett (18) Q = Mg(ξ(y): yêΓ;0'). Siden ξ er en-entydig og på (Ekv;S)* har vi da

(19) Γ;0' = Mg(ξ;-1(x): xêQ) Ved hjelp av dette og (17) har vi:

(20) μ(x) = μ(UNu(Mg(φ(y): yêΓ;0')))
= UN(Mg(μ(φ(y)): yêΓ;0'))
= UN(Mg(μ(φ(y)): yêMg(ξ;-1(x): xêQ))
= UN(Mg(μ(φ(ξ;-1(x))): xêQ)
= UN(Mg(ξ(ξ;-1(x)): xêQ) Dette holder i kraft av (4).
= UN(Mg(x: xêQ)
= UN(Q)

Siden Q Inkl (Ekv;S)* følger det at xêU(Ekv;S). Dette viser at inklusjonen mot venstre i teoremet også holder. **QED**

Tilslutt viser vi det tredje resultatet som ble nevnt i §2.3.

Bevis for Teorem 2.3.3 Anta S=<A,D,T> er en egenskapsstruktur og at x er et vilkårlig utsagn.

A Vi viser først at kondisjonalen mot venstre i teoremet holder. Anta derfor (1) HêHend*(S) & j(H) = μ(x). Vi må da vise at xêU(Ekv;S), med andre ord at det finnes c der man har der man har c Inkl (Ekv;S)* & μ(x) =UN(c) & μ(x) ≠ø. Siden j(H) = μ(x) etter antagelsen (1) vil det være nok å vise:

(+) c Inkl (Ekv;S)* & j(H) =UN(c) & j(H) ≠ø for noe c.

Er aêH definerer vi q(a) ved å sette: (2) q(a) = Mg(w: wêI & (Ah)(hêa → Real(h,w))

La oss gjøre oppmerksom på at vi i det følgende bruker [w];S for å betegne S-ekvivalensmengden til verdenen w. Vi setter altså per definisjon:

[w];S = Mg(w': w'êI & Ekv;S(w',w)) om wêI

Vi skal i første omgang bevise (3) q(a) = UN/wêq(a)/([w];S) om aêH. Anta derfor at a er et

© Morten Rognes 2011

vilkårlig element i H. Inklusjonen mot høyre i (3) er triviell. For anta at w'êq(a). Da har vi etter definisjonen av q at w'êI. Siden Ekv;S er en ekvivalensrelasjon har vi Ekv;S(w',w') og derfor at w'ê[w'];S. Siden w' også er med i q(a) følger det trivielt at w'ê UN/wêq(a)/([w];S). Dette viser at inklusjonen mot høyre holder.

La oss så bevise inklusjonen mot venstre. Anta for vilkårlig w' at w'êUN/wêq(a)/([w];S). Da finnes det w slik at (4) wêq(a) & w'ê[w];S. Fra dette følger (5) Ekv;S(w,w'). Det er nødvendig å vise w'êq(a), det vil si:

(6) w'êI & (Ah)(hêa → Real(h,w'))

At w'êI følger umiddelbart fra den andre konjunkten i (4) sammen med definisjonen av [w];S. Anta nå for vilkårlig h at hêa. Da har vi at h er en elementær hendelse over S siden a er en sammensatt hendelse som er med i H. Vi skiller mellom to tilfeller.

Tilfelle (i): h er en positiv elementærhendelse. Da har vi (7) h= <1, f, <x',t'>> for visse elementer f,x',t' der fêA & <x',t'>êDxT. I lys av (4) har vi at wêq(a) og derfor i lys av definisjonen av q(a) at (Ah')(h'êa → Real(h',w)). Det følger at Real(h,w). Fra dette, (7) og definisjonen av hva som menes med "Real(h,w)" følger at <x',t'>êEkst;w(f). Fra dette, (5) og definisjonen av Ekv;S følger <x',t'>êEkst;w'(f). Dette impliserer i sin tur at Real(h,w'). Man ser at (6) holder i dette tilfellet.

Tilfelle (ii): h er en negativ elementærhendelse. Da har vi (8) h= <0,f,<x',t'>> for visse elementer f,x',t' der fêA og <x',t'>êDxT. Siden wêq(a) ifølge (4) følger (Ah)(hêa → Real(h,w)). Siden hêa følger Real(h,w). Fra dette og definisjonen av "Real" følger ¬(<x',t'>êEkst;w(f)). Siden Ekv;S(w',w) ifølge (5) kan vi herav slutte ¬(<x',t'>êEkst;w'(f)). Dette impliserer Real(h,w'). Man ser at (6) også holder i dette tilfellet.

Man ser at (6) holder i begge tilfelle. Vi har dermed vist at inklusjonen mot venstre i (3) holder og dermed levert et fullstendig bevis for (3).

Ved hjelp av definisjonen av j(H) og definisjonen av q(a) følger at

(9) j(H) = UN/aêH/(q(a))

Definer c;0 ved å sette (10) c;0 = Mg([w];S : wêUN/aêH/(q(a)). Da følger det at

(11) c;0 Inkl (Ekv;S)*.

Vi skal vise at (12) j(H) = UN(c;0). I lys av (9) vil det være nok å vise at UN(c;0) = UN/aêH/(q(a)). Anta for vilkårlig w at wêUN(c;0). Da har vi at det finnes x der (13) xêc;0 & wêx. Siden xêc;0 følger ved hjelp av (10) at

(14) x=[w'];S & w'êq(a) & aêH for noe w' og a. Fra den andre konjunkten i (13) og den første i (14) følger (15) Ekv;S(w,w'). Nå følger det fra inklusjonen mot venstre i (3) at (Aw)(wêq(a) → (Aw')(Ekv;S(w',w) → wêq(a))) om aêH. Fra dette, den andre komponenten i (14) og (15) følger wêq(a). Vi har derfor wêq(a) for noe aêH. Dette impliserer at wêUN/aêH/(q(a)). Anta på den annen side at wêUN/aêH/(q(a)). Siden wê[w];S følger det at wêUN(c;0). Vi har altså at UN(c;0) = UN/aêH/(q(a)) og derfor at (12) holder. Fra (11) og (12) følger at (Ec)(c Inkl (Ekv;S)* & j(H) = c). Det gjenstår bare å vise at j(H)≠ø. Siden H er en en hendelse i vid forstand over S følger det at det finnes en sammensatt hendelse a som er med i H og som er realisert i en eller annen verden w. Med andre ord finnes a og w slik at aêH & (h)(hêa → Real(h,w)). Fra dette siste følger, siden wêI, og (9) holder at wêq(a) Inkl UN/a'êH/(q(a')) = j(H). Herav har vi så j(H) ≠ø.

Vi har nå gitt et fullstendig bevis for halvdelen mot venstre i teoremet.

B Det som nå står for tur er å vise kondisjonalen mot høyre i Teorem 4.3. Anta (1) xêU(Ekv;S) & μ(x)≠ø. Fra dette og definisjonen av U(Ekv;S) følger det at det finnes en c;0 slik at (2) ø≠ c;0 Inkl (Ekv;S)* & μ(x) = UN(c;0).

© Morten Rognes 2011

For å gjennomføre beviset for satsen er det nødvendig å definere en hendelse i vid forstand H som oppfyller følgende krav:

(3.1) ø ≠H Inkl Hend(S)

(3.2) (Aa)(aêH → (Ew)(wêI & (Ah)(hêa → Real(h,w))))

(3.3) (Aa)(Ab)(a,bêH & a≠b → ¬(Ew)(wêI & (Ah)(hêa → Real(h,w)) & (Ah)(hêb → Real(h,w))))

I henhold til (2) har vi c;0≠ø. Siden c;0 Inkl (Ekv;S)* er c;0 en mengde av innbyrdes disjunkte og ikke-tomme Ekv;S-ekvivalensmengder. Man kan derfor ved hjelp av utvalgsaksiomet slutte at det finnes en utvalgsfunksjon ξ der vi har:

(4) Dom(ξ)=c;0 & (Ay)(yêc;0 → ξ(y)êy)

Vi skal nå konstruere H. Først definerer vi Pos(w) og Neg(w) slik:

(5.1) Pos(w) = Mg(<1,f,<x',t'>>: fêA & <x',t'>êDxT& <x',t'>êEkst;w(f))

(5.2) Neg(w) = Mg(<0,f,<x',t'>>: fêA & <x',t'>êDxT& ¬(<x',t'>êEkst;w(f)))

Det forutsettes at wêI. Dernest definerer vi H ved å sette:

(6) H= Mg(Pos(ξ(y))UNeg(ξ(y)) : yêc;0)

Det vil nå være tilstrekkelig å vise at H, definert på denne måten, oppfyller kravene (3.1) - (3.3) og at vi dessuten har at j(H) = μ(x). Vi gjør dette under punkt (a) - (d) nedenfor.

(a) Vi har åpenbart at Pos(ξ(x)) er en mengde av positive elementærhendelser, og at Neg(ξ(x)) er en mengde med negative elementærhendelser, om xêc;0. Det følger at Pos(ξ(x))UNeg(ξ(x)) for hvert xêc;0 er en sammensatt hendelse og at H derfor er en mengde av sammensatte hendelser, vi har med andre ord at H Inkl Hend(S). Siden c;0 ≠ ø følger det at x0êc;0 for noe x0. Det følger at ξ(x0)êx0. Da har vi åpenbart at Pos(ξ(x0))UNeg(ξ(x0)) er et element i H. Det følger at H≠ø. Dette vise at (3.1) holder.

(b) Vi må naturligvis også vise at (3.2) holder. Anta for vilkårlig a at aêH. Da følger ved hjelp av (6) at a = Pos(ξ(x))UNeg(ξ(x)) for et eller annet element i c;0. Det vil nå åpenbart være tilstrekkelig å vise at (Ah)(hêa → Real(h,ξ(x))). Anta derfor for vilkårlig h at hêa. Da har vi hêPos(ξ(x))UNeg(ξ(x)). Er hêPos(ξ(x)) følger ved hjelp av (5.1) det finnes f,x',t' slik at fêA og <x',t'>êDxT slik at h= <1,f,<x',t'>> & <x',t'>êEkst;ξ(x)(f). Det skulle da være åpenbart at Real(h, ξ(x)). På tilsvarende vis ser man ved hjelp av (5.2) at Real(h,ξ(x)) om hêNeg(ξ(x)). Dette viser at H oppfyller kravet (3.2)

(c) Vi tar så for oss kravet (3.3). Anta a,bêH & a≠b. Anta for reduktio ad absurdum at det finnes w der man har:

(7) wêI & (Ah)(hêa → Real(h,w)) & (Ah)(hêb → Real(h,w))

Siden aêH har vi ved hjelp av (6) har vi da at (8) a = Pos(ξ(x0))UNeg(ξ(x0)) for noe x0êc;0. Vi skal vise at Ekv;S(ξ(x0),w). Anta derfor for vilkårlige (9) f, x',t' at fêA & <x',t'>êDxT. Anta <x',t'>êEkst;ξ(x0)(f). Da har vi ved hjelp av (9) og (5.1) at <1,f,<x',t'>>êPos(ξ(x0)) og derfor <1,f,<x',t'>>êa Fra dette og den andre konjunkten i (7) følger at Real(<1,f,<x',t'>>, w) og derfor at <x',t'>êEkst;w(f). Anta på den annen side at ¬(<x',t'>êEkst;ξ(x0)(f)). Siden (9) forutsettes å være tilfelle har vi <0,f,<x',t'>>êNeg(ξ(x0)) og derfor at <0,f,<x',t'>>êa. Fra dette og den andre konjunkten i (7) følger Real(<0,f,<x',t'>>, w) og derfor ¬(<x',t'>êEkst;w(f)). Vi har altså

<x',t'>êEkst;ξ(x0)(f) ↔ <x',t'>êEkst;w(f)

Siden x',t' og f var vilkårlige objekter slik at (9) følger at (10) Ekv;S(ξ(x0),w)

Siden bêH har vi at (11) b = Pos(ξ(x1))UNeg(ξ(x1)) for noe x1êc;0. På nøyaktig samme måte som ovenfor viser vi da at (12) Ekv;S(ξ(x1,w). Fra (10) og (12) følger, siden Ekv;S er en ekvivalensrelasjon, at Ekv;S(ξ(x0), ξ(x1)), og derfor siden x1,x0êc;0 Inkl

© Morten Rognes 2011

(Ekv;S)* at x1=x0. Men dette, (8) og (11) impliserer at a=b som strider mot forutsetningen om a≠b. Vi har dermed vist at H oppfyller kravet (3.3).

(d) Det gjenstår å vise at j(H) = UN(c;0). Vi tar først for oss inklusjonen mot høyre. Anta for vilkårlig w at (13) wêj(H). Ved hjelp av definisjonen av j følger da at det finnes a der (14) aêH & (Ah)(hêa → Real(h,w)) Fra det at aêH følger at a= Pos(ξ(x0))UNeg(ξ(x0)) for noe x0êc;0. På nøyaktig samme måte som under punkt (c) kan man vise Ekv;S(ξ(x0),w). Siden ξ(x0)êx0 êc;0 og x;0 er en Ekv;S-ekvivalensmengde følger at wêx0 & x0êc;0, og derfor wêUN(c;0). Dette viser at inklusjonen mot høyre holder.

La oss så bevise inklusjonen mot venstre. Anta wêUN(c;0) for vilkårlig w. Da har vi at det finnes x0 der wêx0 & x0êc;0. Siden c;0 Inkl (Ekv;S)* følger det at x0ê(Ekv;S)*, og derfor, siden wêx0 at (14) Ekv;S(ξ(x0),w). Sett nå a0 = Pos(ξ(x0))UNeg(ξ(x0)). Da er det åpenbart at a0êH. Anta hêa0 for vilkårlig h.

Tilfelle (i): hêPos(ξ(x0)). Da finnes f,x',t' slik at h=<1,f,<x',t'>> slik at <x',t'>êEkst;ξ(x0)(f). Fra dette, definisjonen av Ekv;S og (14) følger <x',t'>êEkst;w(f) og derfor at Real(h,w).

Tilfelle (ii): hêNeg(ξ(x0)). Da finnes f,x',t' slik at h=<0,f,<x',t'>> slik at ¬(<x',t'>êEkst;ξ(x0)(f)). Fra dette, definisjonen av Ekv;S og (14) følger ¬(<x',t'>êEkst;w(f)) og derfor at Real(h,w).

Vi har altså at Real(h,w) i alle tilfelle. Siden h var et vilkårlig element i a0 har vi altså: (Ah)(hêa0 → Real(h,w)). Sammen med det at a0êH følger:

(Ea)(aêH & (Ah)(hêa → Real(h,w))). Men dette impliserer at wêj(H). Vi har dermed vist j(H) = UN(c;0).

Vi har nå levert et fullstendig bevis for Teorem 2.3.3. **QED**

§2.5 Understrukturer til egenskapsstrukturer

Formålet med denne paragrafen er bare å nevne noen elementære egenskaper til det vi vil kalle understrukturer til egenskapsstrukturer. Vi har bruk for dette i senere arbeider.

Er S= <A,D,T> en egenskapsstruktur vil også en struktur av typen <A',D',T'>, der komponentene A',D' og T' er ikke-tomme og inkludert i henholdsvis A,D og T, være en egenskapsstruktur. Vi skal kalle en slik struktur for en *understruktur* av S. La oss først gi en formell definisjon av dette understruktur-begrepet.

Definisjon 2.5.1 Anta S=<A,D,T> og S' = <A',D',T'> er egenskapsstrukturer. Da sier vi at S' er en understruktur til S, eller at S' er inkludert i S, hvis og bare hvis

(i) A' Inkl A
(ii) D' Inkl D
(iii) T' Inkl T

Den satsen vi nå skal gi bevis for er av en ganske elementær natur:

Teorem 2.5.1 Anta S=<A,D,T> og S'=<A',D',T'> er egenskapsstrukturer og at S' er en understruktur av S. Da gjelder de følgende påstander:

(i) Ekv;S Inkl Ekv;S'

© Morten Rognes 2011

(ii) E(S') Inkl E(S)
(iii) C(E(S')) Inkl C(E(S))
(iv) U(Ekv;S') Inkl U(Ekv;S)
(v) Pos(S') Inkl Pos(S)
(vi) Neg(S') Inkl Neg(S)
(vii) ElemH(S') Inkl ElemH(S)
(viii) Hend(S') Inkl Hend(S)
(ix) Hend*(S') Inkl Hend*(S)

Selv om denne satsen i det vesentlig er temmelig triviell gir vi et detaljert bevis:

Bevis: *Ad (i)*: Anta for vilkårlige mulige verdener w,w' at <w,w'>êEkv;S. Etter definisjonen av Ekv;S har vi da:

(1) (Af)(Ax)(At)(fêA & <x,t>êDxT → (<x,t>êEkst;w(f) ↔ <x,t>êEkst;w'(f)))

Siden S' er en understruktur av S har vi A' Inkl A, D' Inkl D og T' Inkl T. Fra dette og (1) følger åpenbart

(Af)(Ax)(At)(fêA' & <x,t>êD'xT' → (<x,t>êEkst;w(f) ↔ <x,t>êEkst;w'(f))).

Herav følger så ved hjelp av definisjonen Ekv at Ekv;S'. Dette viser at punkt (i) holder.

Ad (ii): Vi har per definisjon at

E(S') = Mg(μ;-1(Mg(w: wêI & <x,y>êEkst;w(f))) : <x,y>êD'xT' & fêA') Er z et vilkårlig element i E(S') har vi derfor at det finnes x,y,f slik at

z= μ;-1(Mg(w: wêI & <x,y>êEkst;w(f))) der <x,y>êD'xT' & fêA'

Det følger siden A' Inkl A, D' Inkl D og T' Inkl T at

z= μ;-1(Mg(w: wêI & <x,y>êEkst;w(f))) og <x,y>êDxT & fêA. Fra dette følger så zêE(S). Siden z var vilkårlig har vi at E(S') Inkl E(S).

Ad (iii): Vi har generelt, dersom a og b er utsagnsmengder, at C(a) Inkl C(b) dersom a er inkludert i b. Siden E(S') Inkl E(S) følger ved hjelp av denne sats at C(E(S')) Inkl C(E(S)). Dette viser at punkt (iii) holder.

Ad (iv): Per definisjon har vi at U(Ekv;S'), mengden av utsagn generert av ekvivalensrelasjonen Ekv;S', er Mg(u: uêU & (Ec)(c Inkl (Ekv;S')* & μ(u) = UN(c)))

Anta nå for vilkårlig u at uêU(Ekv;S'). Da følger det at det finnes en mengde c der vi har:

(2) c Inkl (Ekv;S')* & μ(u) = UN(c). La nå (3) c' = Mg(Mg(w':<w',w>êEkv;S): wêUN(c)). Da har vi åpenbart at (4) c' Inkl (Ekv;S)*. Vi skal vise at (5) UN(c')=UN(c). Dette vil være tilstrekkelig å bevise siden det fra dette, (2) og (4) følger at

c' Inkl (Ekv;S)* & μ(u)= UN(c'). Herav har vi så uêU(Ekv;S)

Vi tar først for oss inklusjonen mot høyre. Anta for vilkårlig w' at w'êUN(c'). Da finnes det xêc' slik at w'êx&xêc'. Siden xêc' må det finnes w0êUN(c) slik at x= Mg(w': <w',w0>êEkv;S). Siden w'êx følger at <w',w0>êEkv;S. Fra det at w0êUN(c) følger at det finnes y slik at w0êy yêc. Fra yêc følger at y= Mg(w': <w',w1>êEkv;S') for noe w1êI. Siden w0êy har vi da <w0,w1>êEkv;S'. Siden S' er en substruktur av S har vi Ekv;S Inkl Ekv;S' i følge punkt (i) og derfor, siden <w',w0>êEkv;S at <w',w0>êEkv;S'. Fra dette og det at <w0,w1>êEkv;S' følger <w',w1>êEkv;S' og derfor w'êy. Men yêc. Det følger at w'êUN(c).

La oss så ta for oss inklusjonen mot venstre. Anta w'êUN(c) for vilkårlig verden w'. Sett nå q= Mg(w: <w,w'>êEkv;S). Siden w'êUN(c) er det åpenbart at qêc'. Siden Ekv;S er en ekvivalensrelasjon er den refleksiv. Det følger derfor at w'êq. Derfor w'êq&qêc'. Herav har vi

© Morten Rognes 2011

så w'êUN(c'). Dette viser at inklusjonen mot venstre holder. Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for punkt (iv).

Ad (v): Anta hêPos(S'). Da har vi at h=<1,f,<x,t>> der fêA' & <x,t>êD'xT'. Siden S' er en substruktur av S følger det at fêA og <x,t>êDxT. Da har vi hêPos(S).

Ad (vi): Dette bevises på samme måte som (v).

Ad (vii): Dette følger direkte fra punkt (v) og (vi) ved hjelp av definisjonen av elementærhendelse.

Ad (viii): Anta hêHend(S'). Da har vi at h Inkl ElemH(S') & h≠ø. Dette følger fra definisjonen av en sammensatt hendelse. Siden vi har vist under (vii) at

ElemH(S') Inkl ElemH(S)

følger det at h≠ø & h Inkl ElemH(S). Dette viser at påstanden holder.

Ad (ix): Anta HêHend*(S'). Fra definisjonen av hendelse i utvidet forstand har vi da:

(a) ø≠H Inkl Hend(S')

(b) (Ah)(hêH → (Ew)(wêI & (Aa)(aêh → Real(a,w))))

(c) (Ah)(Ah')(h,h'êH & h≠h' →
¬(Ew)(wêI & (Aa)(aêh → Real(h,w)) & (Aa)(aêh' → Real(h',w))))

Nå følger det fra foregående punkt at at Hend(S') Inkl Hend(S). Fra dette og (a)-(c) har vi:

(a') ø≠H Inkl Hend(S)

(b') (Ah)(hêH → (Ew)(wêI & (Aa)(aêh → Real(a,w))))

(c') (Ah)(Ah')(h,h'êH & h≠h' →
¬(Ew)(wêI & (Aa)(aêh → Real(h,w)) & (Aa)(aêh' → Real(h',w))))

Fra dette følger åpenbart at HêHend*(S). Dette viser at (ix) holder.

Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

§3 Noen generelle satser som gjelder ekvivalensrelasjoner og utsagnsmengder

Vi skal i de neste paragrafene, §4 - §6, innføre en rekke ekvivalensrelasjoner. For eksempel defineres hva som menes med at to logisk mulige verdener er fysisk ekvivalente, hva som menes med at to verdener er mentalt ekvivalente og endelig hva som menes med at to slike verdener er intensjonalt ekvivalente. Siden disse, og andre, ekvivalensrelasjoner spiller en stor rolle i den videre utvikling av teorien TMF har vi her samlet sammen endel satser som angir noen viktige sammenhenger mellom en ekvivalensrelasjon og den "kanoniske" utsagnsmengden som bestemmes av en slik relasjon.

Er e en eller annen ekvivalensrelasjon som er definert over hele mengden av mulige verdener vil denne ekvivalensrelasjonen bestemme en bestemt mengde med utsagn. Relasjonen vil jo dele opp feltet av mulige verdener i en mengde av ikke-tomme, innbyrdes disjunkte, ekvivalensklasser som samlet uttømmer I. Unionen av en enhver mengde av disse ekvivalensklassene vil være sannhetsmengden til et utsagn. Betrakter man så mengden av alle utsagn som er generert på denne måten vil denne utsagnsmengden være entydig bestemt av ekvivalensrelasjonen e. Vi betegner mengden av alle de ekvivalensklassene som er bestemt av ekvivalensrelasjonen e med "e*". Klassen av de utsagn som er bestemt av ekvivalensklassene i e* betegner vi med "U(e)". Disse begrepene kan, fra en formel synsvinkel, defineres presist slik:

© Morten Rognes 2011

Definisjon 3.1: Anta e er en ekvivalensrelasjon over I. Da setter man:

(i) e* = Mg(Mg(w': <w,w'>êe) : wêI)

(ii) U(e) = Mg(x: xêU & (Ea)(a Inkl e* & s(x) = UN(a)))

Vi beviser først:

Teorem 3.1: Anta e;1 og e;2 er ekvivalensrelasjoner over I og at e;1 Inkl e;2. Da har man: U(e;2) Inkl U(e;1)

Bevis for Teorem 3.1: Anta forutsetningene holder. Anta for vilkårlig x at (1) xêU(e;2). Fra definisjonen av "U(e)" følger da at det finnes a der man har:

(2) xêU & a Inkl e;2* og μ(x) = UN(a)

Vi viser nå: (3) (Ay)(yêe;2* → (Ez)(z Inkl e;1* & y=UN(z))). Anta derfor for vilkårlig y at yêe;2*. Dette innebærer at det finnes w;1 slik at

(4) y = Mg(w: <w,w;1>êe;2).

Sett nå per definisjon (5) z;0= Mg(Mg(w':<w',w>êe;1): wêy). Da har man åpenbart (6) z;0 Inkl e;1*. For å vise at (3) holder er det derfor tilstrekkelig å vise at y=UN(z;0). Anta derfor for vilkårlig element r at rêy. Da følger i lys av (4) at (7) <r,w;1>êe;2. Vi må vise at det finnes q slik at rêq & qêz;0. Sett q= Mg(w: <w,r>êe;1). Siden rêy har vi i lys av (5) at qêz;0. Videre har man åpenbart at rêq siden e;1 er en ekvivalensrelasjon. Dette viser at inklusjonen mot høyre holder. Anta på den annen side for vilkårlig r at rêUN(z;0). Det følger da at det finnes q slik at

(8) rêq & q=Mg(w':<w',w>êe;1) for noe wêy. Fra dette følger <r,w>êe;1, og derfor, siden e;1 er inkludert i e,2 at <r,w>êe;2. Men siden wêy har vi i lys av (4) at <w,w,1>êe;2. Siden e;2 er transitiv følger derfor <r,w;1>êe;2. Men da rêy. Dette viser at også inklusjonen mot høyre holder.

Vi har derfor gitt et fullstendig bevis for (3). Fra (3) følger det ved hjelp av utvalgsaksiomet at det finnes en funksjon g der man har Dom(g)=e;2* og hvor man har for alle yêe;2* at

g(y) Inkl e;1* & y=UN(g(y)).

Definer b ved b= UN(Mg(g(y): yêa)). Siden a Inkl e;2* følger det at b Inkl e;1*. Det vil nå være tilstrekkelig å vise (9) UN(a)= UN(b). Anta for vilkårlig v at vêUN(a). Da finnes det q slik at vêq & qêa. Videre har vi at q=UN(g(q)), og derfor at det finnes t slik at vêt &têg(q). Siden qêa følger det at têb og følgelig, siden vêt, at vêUN(b). Vi har nå vist inklusjonen mot høyre i (9). La oss så vise inklusjonen mot venstre: Anta for vilkårlig v at vêUN(b). Dette impliserer at det finnes q slik at vêq & qêb. Herav følger ved hjelp av definisjonen av b at qêUN(Mg(g(y): yêa))). Fra dette kan man i sin tur slutte at q=g(y) for noe y der yêa. Men er yêa har man g(y) Inkly. Det følger derfor at vêq=g(y) Inkl y, med andre ord har man at vêy &yêa. Herav følger vêUN(a). Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **Q.E.D.**

Vi skal gi et bevise for det følgende teorem:

Teorem 3.2: Anta e;1 og e;2 er to ekvivalensrelasjoner over mengden av mulige verdener I. Da har man at det følgende holder:

U(e;1) Inkl U(e;2) ↔ e;2 Inkl e;1

© Morten Rognes 2011

Kommentar: Vi har tidligere bevist kondisjonalen mot venstre i denne satsen. Poenget nå er å bevise kondisjonalen mot høyre. La oss gjøre det:

Bevis: Anta (1) U(e;1) Inkl U(e;2). Vi må da vise at e;2 Inkl e;1. Anta derfor for vilkårlige w;1,w;2 at (2) w;1,w;2êI & <w;1,w;2>êe;2. Siden w;1êI følger det at
(3) Mg(w: <w,w;1>êe;1)êe;1* og derfor at
(4) μ;-1(Mg(w:<w,w;1>êe;1))êU(e;1). Fra dette og (1) følger åpenbart
(5) μ;-1(Mg(w:<w,w;1>êe;1))êU(e;2).
La oss sette: a= Mg(w: <w,w;1>êe;1)) Det følger at (6) w;1êa& μ;-1(a)êU(e;2). Fra dette kan man så i lys av definisjonen av "U(e)" slutte at det finnes en mengde b der (7) b Inkl e;2* og (8) a = UN(b). Siden w;1êa følger det at w;1êcêb Inkl e;2* for noe cê e;2*. Ved hjelp av (2) kan man da slutte at w;2êcêb og derfor at w;2êa. Men fra dette og definisjonen av a følger det man ønsker, nemlig <w;1,w;2>êe;1. Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for teoremet. **Q.E.D**.

Vi nevner også det følgende korollar til Teorem 3.2. Man har:

Teorem 3.3 Anta e;1 og e;2 er ekvivalensrelasjoner over I. Da gjelder:
U(e;1) SInkl U(e;2) ↔ e;2 SInkl e;1

Bevis: Fra Teorem 3.2 har man:
(1) U(e;1) Inkl U(e;2) ↔ e;2 Inkl e;1
Videre har man:
(2) ¬(U(e;2) Inkl U(e;1)) ↔ ¬(e;1 Inkl e;2)
Fra dette følger:
U(e;1) SInkl U(e;2) ↔ (U(e;1) Inkl U(e;2) & ¬(U(e;2) Inkl U(e;1)))
↔ e;2 Inkl e;1 & ¬(e;1 Inkl e;2)
↔ e;2 SInkl e;1.
QED.

II

§4 Om det totale fysiske hendelsesforløp i en mulig verden

Den delen av teorien TMF som har med den fysiske virkelighet å gjøre inneholder hovedsakelig to predikater, nemlig "Part(x)" som forkorter uttrykket "x er en fysisk partikkel" og predikatet "z er posisjonen til partikkelen x ved tidspunktet t i verdenen w". Denne siste konstruksjonen forkortes med "Pos;w(z,x,t)". Vi minner om at vi bruker "D;p" som forkortelse for "Mg(x: Part(x))". Dette innebærer at D;p er mengden av alle fysiske partikler. Når det gjelder ikke-logiske aksiomer i teorien TMF for disse to predikatene dreier det seg om et ganske lite antall, nærmere bestemt tre stykker.[11] For det første den påstand at mengden av fysiske partikler er ikke-tom og at den eksisterer. Det andre ikke-logiske aksiomet uttrykte den påstand at dersom z representerer posisjonen til partikkelen x ved tidspunktet t i verdenen

11 Se Rognes [14], §2.5

© Morten Rognes 2011

w så er z et triple av reelle tall, x en fysisk partikkel, t et tidspunkt og w en logisk mulig verden. Denne påstanden virker naturligvis totalt triviell. Det tredje ikke-logiske aksiomet var at dersom x er en fysisk partikkel, t et tidspunkt og w en logisk mulig verden så er posisjonen til partikkelen x ved tidspunktet t i verdenen w entydig bestemt. Disse ikke-logiske aksiomene ble betegnet med FYS1 - FYS3. Strengt tatt ble det i TMF ikke antatt noe mer om antallet til mengden av fysiske partikler enn at denne er ikke-tom. Hvis vi imidlertid tenker oss de fysiske partiklene som utstrekningsløse massepunkter, og at fysiske objekter er opphopninger av slike fysiske massepunkter, kan det være naturlig å tenke seg at D;p er likemektig med mengden av de reelle tall. Man tenker seg i så fall at det finnes like mange fysiske partikler som det finnes punkter i rommet. I det følgende skal vi stilltiende arbeide ut fra en slik antagelse. Imidlertid peker vi på at de teoremer vi utleder om fysiske partikler ikke inneholder noen forutsetninger om størrelsen til D;p utover dette at den er ikke-tom ,og at eventuelle antagelser om størrelsen til D;p vil bli tilføyd som forutsetninger i våre satser der det er nødvendig.

La oss tenke oss at vi betrakter en verden w og at vi befinner oss ved et bestemt tidspunkt t. Ved dette tidspunkt vil enhver fysisk partikkel x befinne seg på nøyaktig ett og bare ett sted i det fysiske rommet som i vår teori representeres ved Reell^3. Det vil følgelig finnes en funksjon f som avbilder mengden av de fysiske partiklene inn i Reell^3. Er xêD;p representerer f(x) posisjonen til partikkelen x ved tidspunktet t i verdenen w. Denne funksjonen f kunne man derfor si at representerer den fysiske totaltilstand som foreligger ved tidspunktet t i verdenen w. Tenker man seg videre at man lar t gjennomløpe alle tidspunktene i T vil det ved hvert slikt tidspunkt t i verdenen w foreligge en bestemt totaltilstand g(t). g vil i så fall være en funksjon som, gitt en verden w, tilordner ethvert tidspunkt en fysisk totaltilstand f, nemlig den fysiske totaltilstand som foreligger realisert ved t i verdenen w. g skal vi kalle den fysiske totalhistorien som som foreligger realisert i verdenen w.

La oss nå minne om at dersom a og b er to vilkårlige mengder bruker vi b^a for å betegne mengden av alle de funksjoner f der domenet til f er mengden a og der verdiområdet til f er inkludert i mengden b. Mengden av alle mulige fysiske totaltilstander vil i så fall være representert ved funksjonene i (Reell^3)^D;p. Enhver funksjon g som tilordner ethvert tidspunk têT en funksjon i (Reell^3)^D;p vi være det vi kaller for en fysisk totalhistorie. Mengden av fysiske totalhistorier vil derfor være funksjonene i ((Reell^3)^D;p)^T. Er nå gê(((Reell^3)^D;p)^T) en fysisk totalhistorie og w en logisk mulig verden sier vi at g foreligger realisert i verdenen w hvis og bare hvis vi har:

$$(Ax)(At)(x \hat{e} D;p \ \& \ t \hat{e} T \rightarrow Pos;w(g(t);x,x,t))$$

Merk her at g(t) er en fysisk totaltilstand om t er et tidspunkt. Er da x en fysisk partikkel vil følgelig g(t);x være posisjonen partikkelen x har når totaltilstanden g(t) foreligger realisert. Bruker vi i akkurat i dette avsnittet "Real(g,w)" som forkortelse for "Totalhistorien g foreligger realisert i verdenen w" ser man at dersom w er en logisk mulig verden så har man at dersom Real(g,w) og Real(g',w) så følger g=g'. Foreligger derfor totalhistorien g realisert i verdenen w så er g entydig bestemt. Dette vises lett ved hjelp av det ikke-logiske aksiomet FYS3.[12] Videre ser man lett at det i enhver logisk mulig verden wêI må foreligge realisert en eller annen fysisk totalhistorie.

Man kan definere en funksjon β som til enhver mulig verden w tilordner den fysiske

12 Se Rognes [14], §2.5

© Morten Rognes 2011

totalhistorien som foreligger realisert i w. Funksjonen β kan defineres slik:

β(w) = (ig)(gê(((Reell^3)^D;p)^T) &
(Ax)(At)(xêD;p & têT → Pos;w(g(t);x,x,t)))

Man har at β avbilder I, mengden av mulige verdener, inn i ((Reell^3)^D;p)^T. Det er på ingen måte opplagt at den avbilder I på ((Reell^3)^D;p)^T. Det kan med andre ord finnes fysiske totalhistorier som ikke foreligger realisert i noen logisk mulig verden. Slike partikkelfysiske totalhistorier kunne kalles logisk urealiserbare. Strengt tatt behøver vi ikke ta stilling til eksistensen av slike urealisertbare historier her. Men det virker ikke ved første øyekast urimelig å anta at noen av de fysiske totalhistoriene i ((Reell^3)^D;p)^T er logisk sett urealiserbare, med andre ord logisk umulige.

Før vi går videre noterer vi at dersom man definerer strukturen S ved å sette S=<I,T,(Reell^3)^D;p, β> vil denne strukturen S være det vi tidligere har kalt en tilstandsstruktur.[13] Alle de generelle satsene som gjelder om tilstandsstrukturer vil derfor også gjelde for denne spesielle tilstandstrukturen. I prinsippet vil derfor hele den teorien vi utviklet i "Tilstandsstrukturer og insidens" kunne trekkes inn på dette punkt.

Dersom de fysiske totalhistoriene som foreligger realisert i to mulige verdener w og w' er identiske sier vi at de to verdenene har den samme fysiske totalhistorie. Det er ganske klart at denne relasjonen er en ekvivalensrelasjon. Den deler derfor opp mengden av mulige verdener i et system av ikke-tomme, innbyrdes disjunkte mengder som samlet uttømmer mengden av mulige verdener. Vi skal kalle denne ekvivalensrelasjonen for fysisk ekvivalens og gi en litt annen, men ekvivalent, definisjon i §4.2.

§4.1 Begrepet fysisk objekt

Hensikten med dette avsnittet er å utdype visse sider ved det begrep om fysiske objekter vi har innført.[14] Dessuten ønsker vi å gi noen eksempler på fysiske objekter som kan bidra til å belyse omfanget til begrepet.

Som man husker definerte vi generelt et fysisk objekt som en funksjon i mengden

Mg(f: Func(f) & ø≠Dom(f) Inkl D;pxT & Rgn(f) Inkl Reell^3).

Man må i denne forbindelse huske på at "D;p" betegner mengden av alle fysiske partikler, og at "T" betegner mengden av tidspunkter. Denne definisjonen av fysisk objekt innebærer at et fysisk objekt rett og slett er en mengde f av ordnete par <<x,t>,r> der <x,t> er med i D;pxT og r er et element i mengden av alle tripler av reelle tall, ie. Reell^3. Vi krever naturligvis at vi ikke kan ha to par i denne mengden som har den samme venstrekomponent og forskjellige høyrekomponenter. Det er dette trekket ved f som gjør f til en funksjon. Er f en funksjon vil enhver delmengde g av f også være en funksjon. Dette innebærer at enhver funksjon g som er inkludert i et fysisk objekt f selv er et fysisk objekt.

La oss før vi går videre forklare nøyaktig hva vi mener med tidsområdet til et fysisk objekt f tatt i den betydning vi har innført det her. Siden et fysisk objekt er en funksjon f der domenet er inkludert i D;pxT, kan vi betrakte mengden av alle de tidspunkter t der vi har at <y,t> er med i domenet til f for et eller annet element y. Det er nøyaktig denne mengden av

13 Se Rognes [12].
14 Se Rognes [14], §2.5, Definisjon 2.5.1

© Morten Rognes 2011

tidspunkter som vi her vil kalle tidsområdet til det fysiske objektet f. Vi skal i det følgende bruke "T(f)" for å betegne tidsområdet til f og vi definerer dette uttrykket formelt slik:

Definisjon: T(f) = Mg(t: têT & (Ey)(<y,t>êDom(f)))

Man kan bemerke at det i og for seg ikke kreves for at noe skal være et fysisk objekt, slik vi har definert dette begrep, at tidsområdet til et slikt objekt skal være et åpent, lukket eller halvåpent intervall av for eksempel typen <a,b> eller [a,b], der a og b er tidspunkter og tidspunktet a kommer før tidspunktet b. Tidsområdet til et fysisk objekt kan være et slikt intervall, men det kan også være unionen av et eller flere disjunkte slike intervaller som ligger spredt utover tidslinjen. Tidsområdet kan også være en helt vilkårlig mengde av tidspunkter som er plassert spredt utover hele, eller deler av, tidslinjen.

Hvis et tidspunkt ikke er med i tidsområdet til et fysisk objekt f kan det være naturlig å si at det fysiske objektet ikke eksisterer ved dette tidspunktet. Tidspunktene i tidsområdet representerer i så fall de tidspunktene der det fysiske objektet eksisterer. I tilfelle tidsområdet til et fysisk objekt utelukkende inneholder ett og bare ett tidspunkt kan man si at objektet har en rent momentan eksistens.

Anta f er et fysisk objekt og at X er tidsområdet til f. La Y være en eller annen delmengde av X. Vi kan da betrakte funksjonen g som er f med tidsområdet begrenset til Y, med andre ord betrakter vi funksjonen g definert ved g = Mg(<<x,t>,r>: têY & <<x,t>,r>êf). Det følger fra denne definisjonen at g også må være en funksjon som oppfyller kravene til et fysisk objekt, og at g er inkludert i f. Anta nå at t er et isolert tidspunkt i tidsområdet til det fysiske objektet f. Man kan i så fall betrakte f med tidsområdet innskrenket til enhetsmengden som bare inneholder t, med andre ord {t}. Dette vil være funksjonen Mg(<<x,t'>,r>: t'ê{t} & <<x,t'>,r>êf). Vi skal kalle denne funksjonen for det momentane snittet av det fysiske objektet f begrenset til tidspunktet t. Vi bruker "Snitt(f,t)" som forkortelse for det lengere uttrykket "det momentane snittet av f begrenset til tidspunktet t", og definerer Snitt(f,t) ved:

Definisjon Snitt(f,t) = Mg(<<x,t'>,r>: t'ê{t} & <<x,t'>,r>êf)

Det er ganske lett å se at dersom f er et fysisk objekt og X er tidsområdet til f så er f unionen av sine momentane snitt relativt til t ettersom t gjennomløper X. Man har altså at

Teorem FO(f) → f = UN/têT(f)/(Snitt(f,t))

Vi har så langt studert tidsområdet til et fysisk objekt og hva man kalle forskjellige tidsmessige snitt ved et slikt objekt. Det fremgår av disse betraktningene at det begrep 'fysisk objekt' som er innført i teorien TMF er meget omfangsrikt og omfatter størrelser som man ved første øyekast, i det minste i mer hverdagslige sammenhenger, neppe vil være tilbøyelige til å kalle fysiske ting.

La oss nå se nærmere på de partiklene som inngår i et fysisk objekt. Anta f er et fysisk objekt. Med partikkelmengden som inngår i det fysiske objekt f ved tidspunktet t forstår vi mengden av alle de xêD;p der vi har at <x,t>êDom(f). Vi skal betegne denne mengden med π(f,t) og definerer:

© Morten Rognes 2011

Definisjon: $\pi(f,t) = Mg(x: x\hat{e}D;p \ \& \ <x,t>\hat{e}Dom(f))$

Mengden av de partikler som inngår i et fysisk objekt kan godt forandre seg med tiden. Dette innebærer at fysisk objekt kan vokse og avta, og at deler av det kan skiftes ut på de mest intrikate måter. Det er for eksempel intet som forhindrer at et fysisk objekt f, slik det har blitt definert her, kan være slik at $\pi(f,t1)\Omega\pi(f,t2) = ø$ for alle alle tidspunkter $t1,t2\hat{e}T(f)$ der $t1 \neq t2$. Dette innebærer at alle partiklene i objektet f skiftes ut fullstendig ettersom vi beveger oss fra et tidspunkt til et annet i tidsområdet til objektet. I et normalt objekt av den typen som vanligvis omgir oss, en stol, et bord, et tre, en blomst eller en busk, vil det naturligvis være en meget høy grad av overlapping fra et tidspunkt til et annet når det gjelder de partikler som inngår i objektet. Stort sett vil det inneholde en kjerne av partikler som er relativt bestandig og hvor de enkelte deler av kjernen bare langsomt skiftes ut.

Vi skal innføre ytterligere et begrep. Anta f er et fysisk objekt i den betydning som har blitt innført. La t være et tidspunkt i tidsområdet til f. Vi skal da kalle den funksjonen som tilordner hver partikkel x i $\pi(f,t)$ det reelle talltriplet f(x,t) for tilstandsfunksjonen til f ved tidspunktet t. Vi skal bruke "$\tau(f,t)$" som forkortelse for uttrykket "tilstandsfunksjonen til det fysiske objektet f ved tidspunktet t". Uttrykket kan defineres slik:

Definisjon: $\tau(f,t) = Mg(<x,y>: <x,t>\hat{e}Dom(f) \ \& \ y = f(x,t))$

Man ser lett at dersom f er et fysisk objekt og t er med i tidsområdet til f, dvs. $t\hat{e}T(f)$, har man at $\tau(f,t)$ er en funksjon. Man kan også si at det fysiske objektet f kan representeres ved de diverse tilstandsfunksjonene $\tau(f,t)$ ettersom t gjennomløper mengden T(f). Gitt et fysisk objekt f i vår betydning vil funksjonen $\lambda/t\hat{e}T(f)/(\tau(f,t))$ være entydig bestemt.

La nå Q være mengden av alle funksjoner f der vi har at ø≠ Dom(f) Inkl D;p og hvor vi har at Rgn(f) Inkl Reell^3. La videre Q' være mengden av alle funksjoner f der ø≠Dom(f) Inkl T og hvor Rgn(f) Inkl Q. Man ser da lett at om man setter G= $Mg(<f, \lambda/t\hat{e}T(f)/(\tau(f,t))>:$ FO(f)) så vil G være en funksjon som avbilder Mg(f: FO(f)) en-entydig på mengden Q'. med andre ord vil man ha at følgende holder:

$$G : Mg(f: FO(f)) \text{ -(1-1,på)}\rightarrow Q'$$

Er f et fysisk objekt og $t\hat{e}T(f)$ representerer $\tau(f,t)$ den romlige fordelingen av partiklene som inngår i f ved tidspunktet t. Man har da at $\tau(f,t)$ er en funksjon, at $Dom(\tau(f,t)) = \pi(f,t)$, og at $Rgn(\tau(f,t))$ Inkl Reell^3. Er derfor x en partikkel i $\pi(f,t)$ vil $\tau(f,t)(x)$ representere den romlige lokalisasjonen til x, det sted hvor x befinner seg ved tidspunktet t.

La oss forsøke å illustrere de begrepsdannelsene vi har innført ovenfor ved hjelp av et konkret eksempel.

På Figur I i Appendix I er avbildet et rettvinklet tredimensjonalt koordinatsystem med akser X,Y, Z. Parallelt med Y-aksen er plassert et rør med en lengde på fire enheter. Grunnflaten til dette sylindriske røret ligger i XZ-planet og sentrum i denne grunnflaten er punktet <1,0,1>. Toppflaten til røret ligger i et plan parallelt med XZ-planet som går gjennom punktet <0,4,0> på Y-aksen. Av figuren ser man at tykkelsen på veggen i røret er en halv lengdeenhet. Vi tenker oss at i hvert punkt i denne sylinderveggen er det plassert en punktiform partikkel p.

© Morten Rognes 2011

Vi betrakter dette røret ved alle punkter som ligger mellom, og inkludert, tidspunktene t0 og t4. Selve røret ligger stille i dette tidsintervallet, og vi forutsetter at partiklene som inngår i dette røret er de samme ved alle tidspunkter i dette intervallet og at de heller ikke endrer posisjon. Oppfatter man nå dette røret som et fysisk objekt og betegner det med f0 vil mengden av partikler som inngår i røret ved tidspunktet t være π(f0,t). Fra de forutsetningene vi har gjort følger det at denne partikkelmengden vil være den samme for alle tidspunkter t i intervallet [t0,t4]. Det følger altså at π(f0,t)=π(f0,t') for alle t,t'ê[t0,t4]. Siden vi forutsetter at ingen av partiklene i røret endrer sin romlige posisjon i tidsintervallet [t0,t4] har vi også at τ(f0,t) = τ(f0,t') for alle t,t'ê[t0,t4]. Dette innebærer at om vi setter g0 = λ/tê[t0,t4]/(τ(f0,t)) vil g0 være en konstant funksjon.

På figuren er antydet en partikkel x0 som ved tidspunktet t0 befinner seg i punktet <1,0,1>. Den beveger seg med jevn hastighet slik at den ved tidspunktet t1 befinner seg i punktet <1,1,1>, ved tidspunktet t2 i punktet <1,2,1>, ved t3 i punktet <1,3,1> og endelig ved tidspunktet t4 i punktet <1,4,1>. Siden denne partikkelen x0 beveger seg med jevn hastighet må det derfor finnes et reelt tall e slik at t;i = t0+i*e for i=1,..,4. Betrakter man nå funksjonen som tilordner ethvert par <x0, t0+a*e>, der aêReell , <1,a,1> ser man at dette er et fysisk objekt i vår betydning. La oss kalle denne funksjonen for f1. Vi har da at mengden av de objekter som inngår i f1 ved ethvert tidspunkt i intervallet [t0,t4] er {x0}. Videre har vi at de diverse tilstandsfunksjonene som beskriver tilstanden til f1 for t er {<x0,<1,a,1>} om t=t0+a*e og 0=<a =<4.

Siden x0 ikke er blant de partiklene som inngår i f0 ved noe tidspunkt har vi at Dom(f0)ΩDom(f1)=ø. Siden f0 og f1 er fysiske objekter innebærer dette at også f0Uf1 er et fysisk objekt.

Man kan bemerke at dersom g er et fysisk objekt i vår betydning vil også enhver funksjon g' der g'=Rest(g,X) hvor X er en eller annen ikke-tom mengde som er inkludert i domenet til g også være et fysisk objekt.

Dette innebærer at ethvert fysisk objekt i vår betydning kan "spaltes opp" i visse "atomære" fysiske objekter av typen {<<x,t>,r>} hvor x er en partikkel i D;p, t et element i mengden av tidspunkter T og r et element i Reell^3. Man har naturligvis at enhver slik mengde er en funksjon og at den oppfyller de krav som stilles til et fysisk objekt. Videre er det ikke vanskelig å innse at dersom f er et fysisk objekt så finnes det en entydig bestemt mengde X;f med slike "atomære" fysiske objekter slik at f = UN(X;f). Det kan også være av betydning å bemerke at dersom f er et fysisk objekt så vil enhver annen funksjon g som er inkludert i f, og der Dom(g)≠ø, også være et fysisk objekt.

De "atomære" fysiske objektene er så og si de minste objekter av fysisk art i den (meget) forenklede modell av den fysiske virkelighet som vi her har lagt til grunn. De "største" objektene er funksjonene i (Reell^3)^(D;pxT). Er fê(Reell^3)^(D;pxT) og finnes det en logisk mulig verden w hvor f er et faktisk eksisterende objekt kan det ikke finnes noen andre funksjoner i (Reell^3)^(D;pxT) som foreligger realisert i denne verden. Alle andre fysiske objekter som eksisterer i verdenen w vil da være deler av dette gigantiske objekt som faktisk er unionen av alle de fysiske objekter som eksisterer i verdenen w.

§4.2 Ekvivalensrelasjoner forbundet med den fysiske historien i en mulig verden.

Vi skal definere en bestemt egenskapsstruktur i forbindelse med den delen av TMF som vi nå

© Morten Rognes 2011

behandler og som har med fysiske partikler å gjøre. Denne egenskapsstrukturen skal vi betegne med "S;f". Ved hjelp av predikatet "Pos:w(z,x,t)" definerer vi først en binær egenskap E;f ved

$$E;f = (ig)(g\hat{e}At;2 \,\&\, (Aw)(w\hat{e}I \rightarrow Ekst;w(g) = Mg(\langle\langle z,x\rangle,t\rangle: Pos;w(z,x,t))))$$

Man ser at E;f er den egenskap hvor ekstensjonen i enhver verden w er mengden av par $\langle\langle z,x\rangle,t\rangle$ der vi har at Pos;w(z,x,t), med andre ord der z representerer posisjonen til partikkelen x ved tidspunktet t i verdenen w. Selve egenskapsstrukturen S;f kan nå defineres slik:

$$S;f = \langle\{E;f\}, Reell\hat{}3xD;p, T\rangle$$

Det skulle være lett å se at dette er en egenskapsstruktur. Den første komponenten i S;f er åpenbart en mengde av egenskaper selvom denne mengden i dette tilfellet bare innholder ett element, nemlig egenskapen E;f. Videre fremgår det fra definisjonen av E;f at dersom $\langle a,t\rangle$ er med i ekstensjonen til E;f i en verden w så må t være et tidspunkt, det vil si $t\hat{e}T$. Vi har altså at E;f oppfyller kravet:

$$(Ax)(Ay)(\langle x,y\rangle\hat{e}Ekst;w(E;f) \rightarrow y\hat{e}T)$$

Dessuten er Reell^3xD;p, kryssproduktet av mengden av alle reelle talltripler med mengden av alle partikler, en ikke-tom mengde. Det samme gjelder T som helt trivielt er en delmengde av alle tidspunkter, det vil si seg selv. T er selvfølgelig ikke-tom.

Man kan altså trygt konkludere med at S;f er en egenskapsstruktur i den betydning som ble definert i §2.1. Dette innebærer at vi kan, på akkurat samme måte som i §2.1, tale om ekvivalensrelasjonen bestemt av S;f, mengden av elementærutsagn over S;f og om de forskjellige hendelsesmengder som vi innførte i forbindelse med egenskapsstrukturer.

Vi definerer fysisk ekvivalens mellom to verdener w1 og w2 på følgende måte. To verdener w1 og w2 er fysisk ekvivalente, i symboler "EFys(w1,w2)" dersom vi har for ethvert reellt talltriple z, enhver partikkel x og ethvert tidspunkt t, at z representerer den romlige posisjonen til x ved tidspunktet t i verdenen w1 hvis og bare hvis z også representerer den romlige posisjonen til x ved t i verdenen w2. Denne definisjonen kan formuleres slik:

Definisjon 4.2.1 $EFys(w,w2) \leftrightarrow. (Az)(Ax)(At)(z\hat{e}Reell\hat{}3 \,\&\, x\hat{e}D;p \,\&\, t\hat{e}T \rightarrow (Pos;w1(z,x,t) \leftrightarrow Pos;w2(z,x,t)))$

At to mulige verdener er fysisk ekvivalente i denne forstand innebærer at den samme fysiske totalhistorie er realisert i dem begge. Man bemerker med en gang at relasjonen vi har definert er en ekvivalensrelasjon. Det er derfor unødvendig å gi noe bevis for det.

Man erindrer at dersom S er en egenskapsstruktur betegner Ekv;S ekvivalens-relasjonen bestemt av S slik som definert i Definisjon 2.1.3. Selvom det ikke skulle være særlig vanskelig å innse, er det av interesse å påpeke at relasjonen EFys, slik den er bestemt ved Definisjon 4.2.1, er identisk med ekvivalensrelasjonen bestemt av egenskapsstrukturen S;f, det vil si relasjonen Ekv;(S;f). Vi formulerer dette som en egen sats og gir for

© Morten Rognes 2011

tydelighetens skyld et bevis:

Teorem 4.2.1 EFys = Ekv;(S;f)

Bevis: Vi beviser først inklusjonen mot venstre: Anta (1) <w,w'>êEkv;(S;f) for vilkårlige w og w'. Ved hjelp av definisjonen av Ekv;(S;f) kan man da slutte fra (1):

(2) (Ay)(At)(yêReell^3xD;p & têT → (<y,t>êEkst;w(E;f) ↔ <y,t>êEkst;w'(E;f)))

Anta nå for vilkårlige z,x og t at (3) zêReell^3 & xêD;p & têT. Sett y=<z,x>. Da har vi yêReell^3xD;p og derfor sammen med (2) og (3) at:

(4) <y,t>êEkst;w(E;f) ↔ <y,t>êEkst;w'(E;f)

Men y= <z,x>. (4) er derfor ekvivalent med

(5) <<z,x>,t>êEkst;w(E;f) ↔ <<z,x>,t>êEkst;w'(E;f)

Fra definisjonen av E;f følger: (Aw)(wêI → (<<z,x>,t>êEkst;w(E;f) ↔ Pos;w(z,x,t)))

Fra dette og (5) kan man slutte: Pos;w(z,x,t)↔ Pos;w'(z,x,t). Siden z,x og t var vilkårlige objekter som oppfyller (3) følger det at

(Az)(Ax)(At)(zêReell^3 & xêD;p & têT → (Pos;w(z,x,t) ↔ Pos;w'(z,x,t)))

Herav følger så ved hjelp av definisjonen av EFys at EFys(w,w'). Det overlates til leseren å vise inklusjonen mot høyre i satsen. **QED**.

Som vi har sett er S;f en egenskapsstruktur. Vi har at S;f = <{E;f}, (Reell^3)xD;p,T>. Anta imidlertid at X,T' er mengder der ø≠X Inkl (Reell^3)xD;p og ø≠T' Inkl T. Da vil <{E;f}, X,T'> være en understruktur av S;f. Vi betegner denne understrukturen med S;f[X,T']. Også denne understrukturen S;f[X,T'] vil være en egenskapsstruktur. Vi har derfor at ekvivalensrelasjonen bestemt av denne egenskapsstrukturen, Ekv;(S;f[X,T']) er en ekvivalensrelasjon over I. Nå har vi siden X Inkl (Reell^3)xD;p at X er en relasjon. Dom(X) er derfor inkludert i Reell^3, mens verdiområdet til X, ie. Rgn(X) vil være en delmengde av D;p. Fra det vi tidligere har sagt om egenskapsstrukturer følger det at Ekv;(S:f) Inkl Ekv;(S:f[X,T']).

Anta nå at a,b er to mengder der vi har at ø≠a Inkl (Reell^3) og ø≠b Inkl D;p. Vi definerer da en ekvivalensrelasjon EFys;<<a,b>,T'> ved å sette:

Definisjon 4.2.2 Anta w1, w2êI. Da setter vi:

EFys;<<a,b>,T'>(w1,w2) ↔ (Az)(Ax)(At)(zêa & xêb &têT' → (Pos;w1(z,x,t) ↔ Pos,w2(z,x,t)))

Det skulle være forholdsvis lett å se at dersom EFys;<<a,b>,T'> defineres på denne måten kan man bevise den følgende sats

Teorem 4.2.2 Anta ø≠a Inkl (Reell^3). Anta videre at ø≠b Inkl D;p og at T' Inkl T der T' ≠ø. Sett X= axb. Da har man

Ekv;(S;f[X,T']) = EFys;<<a,b>,T'>

Beviset for dette er, som antydet, svært enkelt og overlates til leseren.

© Morten Rognes 2011

§4.3 Fysiske elementærutsagn

Som nevnt er S;f en egenskapsstruktur. Den eneste egenskapen som er med i mengden av egenskaper i denne strukturen er egenskapen E;f. La oss minne om under hvilke omstendigheter et eller annet objekt er i besittelse av denne egenskapen. Som det fremgår av den definisjonen vi tidligere har gitt har et objekt x egenskapen E;f ved tidspunktet t (i verdenen w) hvis og bare hvis x er et par <a,b> der a representerer posisjonen som partikkelen b har ved tidspunktet t i verdenen w. Det følger fra denne definisjonen at dersom x har egenskapen E;f ved t (i verdenen w) så må x være et ordnet par der den første komponenten i paret er et reellt talltriple og den andre komponenten er en fysisk partikkel, det vil si et element i D;p.

I forbindelse med en vilkårlig egenskapsstruktur S definerte vi en mengde av utsagn som vi kalte for elementærutsagnene over S. Denne mengden av utsagn ble betegnet med E(S). Siden S;f er en spesiell egenskapsstruktur vil E(S;f) være elementærutsagnene over denne strukturen. Det eneste vi akter å gjøre i denne paragrafen er å gi en litt annen karakteristikk av denne mengden. Vi minner om at uttrykket "Pos;w(z,x,t)" brukes som en forkortelse for predikatet "z representerer posisjonen til partikkelen x ved tidspunktet t i verdenen w". Vi har derfor at Mg(w: Pos;w(z,x,t)) er mengden av alle de verdener hvor partikkelen x befinner seg i posisjonen z ved tidspunktet t. Enhver mengde av mulige verdener, la oss si a, representerer et utsagn μ;-1(a), nemlig det utsagnet som er sant i de og bare de verdenene som er med i mengden a. μ;-1(Mg(w:Pos;w(z,x,t))) vil derfor være det utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene hvor partikkelen x befinner seg i posisjonen z ved tidspunktet t. Dette utsagnet skal vi tillate oss å kalle et fysisk elementærutsagn. Mengden av alle fysiske elementærutsagn, vi skal betegne denne mengden med FElem, er så mengden av de diverse μ;-1(Mg(w:Pos;w(z,x,t))) ettersom z, x og t gjennomløper alle elementene i henholdsvis (Reell^3), D;p og T. FElem kan derfor defineres på den følgende måte:

Definisjon 4.3.1
FElem = Mg(μ;-1(Mg(w:Pos;w(z,x,t))): zê(Reell^3) & xêD;p &têT)

Det som nå er hensikten er å vise at elementærutsagnene over S;f, ie. E(S;f), er identisk med mengden av fysiske elementærutsagn slik denne mengden er avgrenet ved definisjonen ovenfor. Vi ønsker altså å vise at E(S;f) =FElem. Vi oppfører dette som et eget teorem:

Teorem 4.3.1 E(S;f) = FElem.

Beviset for dette er forsåvidt av en helt rutinemessig karakter, men vi gir det likevel.

Bevis: Vi tar først for oss inklusjonen mot høyre. Anta derfor for vilkårlig x at xêE(S;f). Da har vi ved ved hjelp av definisjonen av operasjonen E at det må finnes f, y og t der man har at
(1) x= μ;-1(Mg(w: <y,t>êEkst;w(f))), og dessuten at
(2) fê{E;f} & yê((Reell^3)xD;p) & têT.
Fra den andre konjunkten i (2) følger at det må finnes z og r slik at
(3) y=<z,r> & zê(Reell^3) & rêD;p.
Sett nå per definisjon (4) x0 = μ;-1(Mg(w: Pos;w(z,r,t))). Vi ønsker å vise at (+) x= x0. Det

© Morten Rognes 2011

vil være tilstrekkelig å vise at μ(x) = μ(x0). Anta derfor for vilkårlig w at wêμ(x). Det følger da ved hjelp av (1) at <y,t>êEkst;w(E;f). Fra dette og (3) kan man slutte at
(5) <<z,r>,t>êEkst;w(E;f). Fra dette og definisjonen av E;f følger at det må finnes z', r', t' slik at (6) <<z,r>,t> = <<z',r'>,t'> og (7) Pos;w(z',r',t'). Fra (6) følger åpenbart at z= z', r= r' og t=t', og derfor at Pos;w(z,r,t). Ved hjelp av (4) kan man da slutte at wêμ(x0). Anta på den annen side at wêμ(x0) for vilkårlig w. Da har vi ved hjelp av (4) at Pos;w(z,r,t). Fra dette, (3) og (2) følger at <y,t>êMg(<<z,r>,t>: Pos;w(z,r,t)), og derfor at <y,t>êEkst;w(E;f) i lys av definisjonen av E;f. Fra dette og (1) kan man så slutte at wêμ(x).

Vi har nå vist at μ(x0) = μ(x). Det følger at x0 = x. Siden vi har x0êFElem fordi zê(Reell^3), rêD;p og têT har vi at xêFElem. Men siden x var vilkårlig element slik at xêE(S;f) følger det at inklusjonen mot høyre i satsen holder.

Vi tar nå for oss inklusjonen mot venstre i satsen og viser at den holder. Anta derfor på den annen side at (8) xêFElem for vilkårlig x. Da har man ved hjelp av definisjonen av FElem at det finnes z,r og t slik at

(9.1) x= μ;-1(Mg(w: Pos;w(z,r,t))) og

(9.2) zê(Reell^3) & rêD;p & têT.

Sett nå per definisjon (10) y= <z,r>. Sett videre per definisjon

(11) x0=μ;-1(Mg(w: <y,t>êEkst;w(E;f))).

Kan vi nå vise at x=x0 vil vi ha at det finnes fê{E:f}, y og t der
x=μ;-1(Mg(w: <y,t>êEkst;w(f))), og derfor at xêE(S;f).

Det vil altså være tilstrekkelig å bevise μ(x) = μ(x0). Anta derfor, for vilkårlig w, at (12) wêμ(x). Da har vi ved hjelp av (9.1) at Pos;w(z,r,t). Det følger at

<<z,r>,t>ê Mg(<<z,r>,t>: Pos;w(z,r.t)) = Ekst;w(E:f)

Fra dette har vi ved hjelp av (10) at <y,t>êEkst;w(E:f) og derfor i lys av (11) at wêμ(x0).

Anta på den annen side at w er et vilkårlig objekt der wêμ(x0). Da har vi ved hjelp av (11) at <y,t>êEkst;w(E;f). Fra dette og (10) følger <<z,r>,t>ê Ekst;w(E;f). Herav følger så ved hjelp av definisjonen av E;f at Pos;w(z,r,t) og derfor at wêμ(x). Vi har dermed vist μ(x) = μ(x0). Det følger at satsen holder. **QED**.

Vi betraktet en familie av understrukturer til S;f, nemlig strukturene S;f[axb,T'] der a er en ikke-tom delmengde av (Reell^3), b en ikke-tom delmengde av D;p og T' en ikke-tom delmengde av T. Siden S;f[axb,T'] er en understruktur til S;f er det også en egenskapsstruktur. Dette innebærer selvfølgelig at elementærutsagnene over S;f[axb,T'] er en veldefinert mengde og at vi har E(S;f[axb,T']) Inkl E(S;f).

På tilsvarende vis kan vi definere en familie av undermengder til FElem, nemlig FElem;<<a,b>,T'> der a er en ikke-tom delmengde av (Reell^3), b en ikke-tom delmengde av D;p og T' en ikke-tom delmengde av T. Definisjonen er denne:

Definisjon 4.3.2

FElem;<<a,b>,T'> = Mg(μ;-1(Mg(w; Pos;w(z,x,t))) : zêa & xêb & têT')

Man kan nå bevise at den følgende sats holder:

Teorem 4.3.2 Anta ø≠a Inkl (Reell^3) og ø≠b Inkl D;p. Anta videre at ø≠ T' Inkl T. Da gjelder

E(S;f[axb,T']) = FElem;<<a,b>,T'>

© Morten Rognes 2011

Beviset for denne påstanden er enkelt og helt analogt med beviset for Teorem 4.3.1. Teorem 4.3.2 kan naturligvis oppfattes som en generalisering av Teorem 4.3.1 siden man får det sistenevnte teorem om man sette a= (Reell^3) , b= D;p og T'= T.

§4.4 Fysiske hendelser

Som man allerede har sett har vi definert egenskapsstrukturen

S;f = <{E;f}, (Reell^3)xD;p,T>.

La oss minne om at vi i tilknytning til enhver egenskapsstruktur S definerte visse hendelsesmengder bestemt av S. Det dreide seg for det første om de positive og negative elementærhendelsene over S. Gitt disse to mengdene av hendelser defininerte vi så hva som mentes med mengden av elementærhendelser over S, mengden av sammensatte hendelser over S og mengden av hendelser i vid forstand over S. Mengden av elementærhendelser over S betegnet vi med ElemH(S), mengden av sammensatte hendelser over S og mengden av hendelser i vid forstand over S betegnet vi med henholdsvis Hend(S) og Hend*(S). De positive og de negative elementærhendelsene over S ble betegnet med Pos(S) og Neg(S).

Det er av en viss interesse å se hva disse begrepene innebærer når vi begrenser oss til egenskapsstrukturen S;f. Man ser da lett, på basis av definisjonene som ble gitt i §2.2, at enhver positiv elementærhendelse over S;f er et tuple av typen <1, E;f,<<z,x>,t>> der E:f er den egenskapen vi har definert tidligere, og der <z,x>ê ((Reell^3)xD;p) og têT. Enhver slik positiv elementærhendelse svarer derfor til utsagnet som er sant i nøyaktig de og bare de verdenene w hvor vi har at <z,x> er med i ekstensjonen til E:f ved tidspunktet t. Dette innebærer at den positive elementærhendelsen <1, E;f,<<z,x>,t>> der <z,x>ê ((Reell^3)xD;p) og têT rett og slett representerer utsagnet at partikkelen x befinner seg i posisjonen z ved tidspunktet t. Hendelsen foreligger realisert i en verden w hvis og bare hvis det tilsvarende utsagnet er sant i denne verdenen w. Enhver positiv elementærhendelse over S;f svarer derfor til et fysisk elementærutsagn; det bestemmer entydig et slikt elementærutsagn. Imidlertid kan man ikke slutte det omvendte, at ethvert fysisk elementærutsagn entydig bestemmer en positiv fysisk elementærhendelse over S;f. Det er i det minste ikke noe i teorien TMF som tilsier dette [15].

Som man husker sier vi at en positiv elementærhendelse <1, f, <x,t>> over egenskapsstrukturen S foreligger realisert i verdenen w hvis og bare hvis <x,t>êEkst;w(f). Dette innebærer naturligvis at en positiv fysisk elementærhendelse <1, E;f, <<z,x>,t>> foreligger realisert i verdenen w hvis og bare hvis <<z,x>,t>êEkst;w(E;f). Dette er imidlertid tilfelle, som vi har sett, hvis og bare hvis partikkelen x befinner seg i posisjonen z ved tidspunktet t i verdenen w. Utsagnet at hendelsen <1, E;f, <<z,x>,t>> foreligger realisert er derfor identisk med utsagnet at x befinner seg i posisjonen z ved tidspunktet t, med andre ord identisk med utsanet μ;-1(Mg(w: Pos;w(z,x,t))).

Blandt elementærhendelsene over en egenskapsstruktur S kan vi ikke bare nevne de

15 Det er i og for seg ikke noe i veien for at det kan finnes z1,z2ê (Reell^3), x1,x2ê D;p og t1,t2êT der alle disse elementene er forskjellige fra hverandre og hvor man har, for alle verdener w at dersom x1 befinner seg i posisjonen z1 ved tidspunktet t1 i w så vil også x2 befinne seg i posisjonen z2 ved tidspunktet t2 i w, og omvendt. I såfall vil utsagnet at x1 befinner seg i posisjonen z1 ved t1 være identisk med utsagnet at x2 befinner seg i posisjonen z2 ved t2. Men naturligvis vil de to positive elementærhendelsene <1, E;f, <<z1,x1>,t1>> og <1, E;f, <<z2,x2>,t2>> være forskjellige.

© Morten Rognes 2011

positive elementærhendelsene, men også de negative. La oss betrakte de negative fysiske elementærhendelsene. Dette vil være de diverse tuplene av typen <0, E;f, <<z,x>,t>>. [16]

Anta x er en partikkel som befinner seg i posisjonen z ved tidspunktet t. Utsagnet at x befinner seg i posisjonen z ved tidspunktet t synes rimeligvis å kunne beskrive en hendelse. Men hva med negasjonen av dette utsagnet, det vil si utsagnet at det ikke er slik at x befinner seg i posisjonen z ved tidspunktet t? Beskriver dette utsagnet også en elementærhendelse? I overenstemmelse med den teorien vi har gjort rede for tidligere, nemlig i §2, er dette tilfellet. Det nevnte utsagn beskriver den negative fysiske elementærhendelsen <0, E;f, <<z,x>,t>>. Denne foreligger realisert i en verden w hvis og bare hvis man har at <<z,x>,t> ikke er med i ekstensjonen til E;f i verdenen w, noe som man lett ser er ekvivalent med at ¬Pos;w(z,x,t). Vi har derfor at utsagnet som sier at hendelsen <0, E;f, <<z,x>,t>> inntreffer er er identisk med utsagnet μ;-1(Mg(w: ¬Pos;w(z,x,t))) som i sin tur er identisk med utsagnet Neg(μ;-1(Mg(w: Pos;w(z,x,t)))).

Med tidsområdet til en fysisk elementærhendelse forstår vi enhetsmengden som inneholder tidspunktet i det paret som utgjør den tredje komponenten i hendelsen. Med andre ord er tidsområdet til den positive fysiske elementærhendelsen <1, E;f, <<z,x>,t>> enhetsmengden {t}. Tilsvarende er tidsområdet til den negative fysiske elementærhendelse <0, E;f, <<z,x>,t>> enhetsmengden {t}. Siden tidsområdet til elementærhendelser bare inneholder ett tidspunkt inntreffer de så og si bare "et øyeblikk". En hendelse som har lengere varighet må derfor være det vi har kalt en sammensatt hendelse, eller også må det være det vi har kalt en hendelse i vid forstand.

En sammensatt fysisk hendelse, dvs. et element i Hend(S;f) er rett og slett en mengde av fysiske elementærhendelser. Vi krever at den er ikke-tom. En sammensatt fysisk hendelse foreligger realisert i verdenen w hvis og bare hvis alle elementærhendelsene som inngår i den foreligger realisert i verdenen w. Tidsområdet til en sammensatt fysisk hendelse h er foreningsmengden av tidsområdene til de elementærhendelsene som inngår i den. Er h derfor en sammensatt hendelse, og betegner vi tidsområdet til en hendelse x med Td(x), har vi følgelig at Td(h) = UN/eêh/(Td(e)).

Tenker man seg, som et eksempel, at t1 og t2 er to tidspunkter der t1 kommer før t2, kan man betrakte tidsintervallet [t1,t2]. Dette vil være mengden som inneholder alle de tidspunktene som ligger mellom t1 og t2, men hvor også t1 og t2 er tatt med. Betrakter man nå mengden av alle positive fysiske elementærhendelser <1, E;f, <<z,x>,t>> der tê[t1,t2] vil dette være et eksempel på en sammensatt fysisk hendelse. Tidsområdet til denne hendelsen er et kontinuerlig, sammenhengende, tidsintervall. Logisk sett er det imidlertid ikke noe krav til en hendelse, hva enten den er sammensatt, elementær, eller det vi har valgt å kalle en hendelse i vid forstand, at tidsområdet skal være et intervall av denne typen. Det er intet som forhindrer at tidsområdet til en hendelse kan være en vilkårlig, helt diskret, mengde av tidspunkter som er svært irregulært spredt utover hele, eller deler, av tidslinjen.

Vi definerte en hendelse i vid forstand over en egenskapsstruktur S som en ikke-tom mengde av sammensatte hendelser der hver av disse forelå realisert i en eller annen verden, men hvor to distinkte sammensatte hendelser i mengden ikke kunne foreligge realisert i den samme verden. Er H altså en slik hendelse i vid forstand over en egenskapsstruktur S og h1 og h2 to distinkte sammensatte hendelser som er elementer i H, vil følgelig det utsagn at h1 foreligger realisert være inkonsistent med det utsagnet at h2 foreligger realisert.

Også for hendelser i vid forstand er det mulig å definere, på en forholdvis naturlig

16 Der z er en posisjon, x en fysisk partikkel og t et tidspunkt

© Morten Rognes 2011

måte, hva som kan kalles tidsområdet til hendelsen. Tidsområdet til en hendelse i vid forstand skal vi identifisere med unionen av tidsområdene til de sammensatte hendelsene som inngår i den. Er derfor H en hendelse i vid forstand vil Td(H), tidsområdet til H, være definert som UN/hêH/(Td(h)). Heller ikke når det gjelder tidsområdet til en hendelse i vid forstand behøver dette å være noe kontinuerlig tidsintervall eller unionen av en mengde med slike tidsintervaller. Det kan være en hvilken som helst vilkårlig mengde med tidspunkter.

Vi skal avslutte denne paragrafen med noen bemerkninger om forholdet mellom hendelser og fysiske objekter.

Som man husker definerte vi et fysisk objekt som en funksjon f der domenet er ikke-tomt og inkludert i D;pxT og hvor verdiområdet er inkludert i Reell^3. Ethvert element i en slik funksjon f vil være et ordnet par <<x,t>,z> hvor <x,t>êD;pxT og zê(Reell^3). Til ethvert slikt par vil det naturligvis svare en positiv elementærhendelse, nemlig hendelsen <1, E;f, <<z,x>,t>>.

Vi kan definere denne korrespondansen mer presist. La oss først definere funksjonen φ, som avbilder (D;pxT)x(Reell^3) på ((Reell^3)xD;p)xT, ved:

(i) φ(<x,t>,z>) = <<z,x>,t> om xêD;p, têT og zê(Reell^3)

Man ser da lett at φ er en en-entydig funksjon. Vi har derfor:

(ii) φ: (D;pxT)x(Reell^3) -(1-1,på) → ((Reell^3)xD;p)xT

Det er nå lett å assosiere ethvert fysisk objekt x med en tilsvarende sammensatt hendelse ξ(x). Vi kan definere den sammensatte hendelsen ξ(x) som svarer til x ved å sette:

(iii) ξ(x) = Mg(<1,E;f, φ(r)>: rêx)

Man ser fra denne definisjonen at ξ(x) vil være en sammensatt hendelse der de fysiske elementærhendelsene som inngår i den utelukkende er positive fysiske elementærhendelser. Betegner vi, slik vi har gjort tidligere, mengden av fysiske objekter med FO skulle det ikke være vanskelig å se at ξ avbilder FO en-entydig på en ekte delmengde av mengden av de sammensatte fysiske hendelsene. Dette innebærer at vi har:

(iv) ξ: FO -(1-1)→ Hend(S;f)

Man ser fra denne redegjørelsen for sammenhengen mellom fysiske objekter og hendelser at fysiske objekter kan oppfattes som et aggregat av fysiske hendelser, som en komplisert prosess som utfolder seg i tid. De enkelte stadier av et fysisk objekt kan følgelig oppfattes som kompliserte fysiske hendelser som inntreffer etter hverandre i tid.

Tilslutt nevner vi den følgende sats som viser at et fysisk objekt x eksisterer i verdenen w hvis og bare hvis den korresponderende sammensatte fysiske hendelse ξ(x) foreligger realisert i verdenen w.

Teorem 4.4.1 wêI &FO(x) → (FOE(x,w) ↔ Real(ξ(x),w))

Bevis: Anta (1) wêI & FO(x). (a) Vi viser først at kondisjonalen mot høyre i satsen holder. Anta derfor (2) FOE(x,w) og for vilkårlig h at (3) hêξ(x). Det vil da være tilstrekkelig å bevise at Real(h,w). Siden hêξ(x) har vi ved hjelp av (iii) ovenfor at (4) h=<1, E;f, φ(r)> for noe rêx. Siden FO(x) har vi derfor at r=<<x',t>,z> der x'êD;p, têT og zê(Reell^3) for noe x',t og z. Vi har derfor at φ(r)= <<z,x'>,t> og derfor at (5) h= <1,E;f, <<z,x'>,t>>. Nå følger fra (2) og definisjonen av FOE at (6) (Ax')(At)(<x',t>êDom(x) → Pos;w(x(x',t),x',t)). Siden x'êD;p, têT og rêx har vi <x',t>êDom(x), og derfor ved hjelp av (6) at
(7) Pos;w(x(x',t),x',t). Siden rêx og x er en funksjon har vi, siden r=<<x',t>,z> at z=x(x',t). Det følger da ved hjelp av (7) at vi må ha Pos;w(z,x',t). Men fra dette, (5), definisjonen av E;f

© Morten Rognes 2011

og definisjonen av Real følger Real(h,w). Siden h var et vilkårlig element i ξ(x) følger det at (Ah)(hêξ(x) → Real(h,w)). Men dette innebærer at Real(ξ(x),w). Dette viser at kondisjonalen mot høyre holder.

(b) Vi tar så for oss kondisjonalen mot venstre. Anta (1) holder og at (8) Real(ξ(x),w) . Vi må da vise at FOE(x,w). Fra (8) følger:

(9) (Ah)(hêξ(x) → Real(h,w))

Siden vi ifølge (1) har at FO(x) behøver vi bare vise at

(+) (Ap)(At)(<p,t>êDom(x) →Pos;w(x(p,t),p,t))

Anta derfor for vilkårlige p,t at (10) <p,t>êDom(x). Da har vi (11) pêD:p & têT. Sett per definisjon z0=x(p,t). Det følger da at z0ê(Reell^3). Vi har φ(<<p,t>, z0>) = <<z0,p>,t>. Setter vi r= <<p,t>,z0> har vi rêx og derfor ved hjelp av (iii) ovenfor at <1,E;f, <<z0,p>,t>>êξ(x). Da følger at ved hjelp av (9) at Real(<1,E;f, <<z0,p>,t>>,w). Fra dette og definisjonen av "Real" følger at Pos;w(z0,p,t). Men z0= x(p,t). Det følger at Pos;w(x(p,t),p,t). Siden p,t var vilkårlige objekter som oppfylte (10) har vi at (+) holder.

Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for teoremet. **QED**.

Det bør bemerkes at de hendelsesbegrepene vi har innført, særlig begrepet 'sammensatt hendelse' og 'hendelse i vid forstand' er meget omfattende. Det er intet i definisjonene av disse begrepene, og noe i TMF forøvrig, som tilsier at for eksempel enhver sammensatt hendelse er realiserbar, med andre ord at det alltid finnes en verden w hvor den foreligger realisert. Det er lett å gi eksempler på sammensatte hendelser i vår forstand som ikke er realiserbare. Anta z1,z2 er to distinkte elementer i Reell^3, p er en partikkel i D;p og t et eller annet tidspunkt. Da har vi at h1= <1,E;f, <<z1,p>,t>> og h2=<1,E;f, <<z2,p>,t>>er to positive fysiske elementærhendelser. Det følger at a={h1,h2} er en sammensatt hendelse. Det er imidlertid umulig at de to elementærhendelsene h1 og h2 kan foreligge realisert i en og samme verden w samtidig siden partikkelen p ikke kan befinne seg samtidig i de to posisjonene z1 og z2 i noen mulig verden.

§4.5 Om forskjellige mengder av fysiske utsagn og deres karakteristikk

Et av hovedresultatene i §2, nærmere bestemt §2.3 var at dersom S= <A,D,T> er en egenskapsstruktur så er mengden av alle de utsagn som er bestemt av Ekv;S identisk med den minste mengden av utsagn som inneholder alle elementærutsagnene over S og som er lukket under negasjon og uendelig konjunksjon. Vi har med andre ord at U(Ekv;S) = C(E(S)).

Nå har vi i §4.2, som man husker, definert den spesielle egenskapsstrukturen S;f = <{E;f}, (Reell^3)xD;p, T>. Som en hvilken som helst annen egenskapsstruktur bestemmer S;f en ekvivalensrelasjon Ekv;(S;f) og en mengde med elementærutsagn over S;f, nemlig E(S;f). Det er derfor et enkelt korollar til Teorem 2.3.2 i §2.3 at vi har:

Teorem 4.5.1 U(Ekv;(S;f)) = C(E(S;f))

Nå har vi sett i §4.2 at ekvivalensrelasjonen Ekv;(S;f) er identisk med ekvivalensrelasjonen EFys som ble definert presist i den nevnte paragraf. Vi har altså at EFys = Ekv;(S;f). Det følger derfor at man har:

Teorem 4.5.2 U(EFys) = C(E(S;f))

© Morten Rognes 2011

I §4.3 definerte vi presist mengden av fysiske elementærutsagn, FElem. I den paragrafen viste vi også at FElem er identisk med E(S;f). Det følger at C(E(S;f)) = C(FElem). Ved hjelp av Teorem 4.5.1 og Teorem 4.5.2 har vi derfor at:

Teorem 4.5.3 U(EFys) = C(FElem)

Dette er et sentralt resultat. Det viser at den utsagnsmengden som naturlig bestemmes av ekvivalensklassene som EFys gir opphav til, nemlig U(EFys), kan karakteriseres på en helt annen måte. Man kan derfor ikke si at satsen ovenfor er noe trivielt resultat.

Gitt egenskapsstrukturen S;f er også mengden av hendelser i vid forstand over S;f, med andre ord, Hend*(S;f), bestemt. Det følger derfor fra Teorem 2.3.3 at

U(Ekv;(S;f)) = Mg(x: xêU & (μ(x)=ø v
(EH)(HêHend*(S;f) & j(H) = μ(x))))

Fra dette, og det faktum at EFys = Ekv;(S;f), følger umiddelbart:

Teorem 4.5.4 U(EFys) = Mg(x: xêU & (μ(x)=ø v
(EH)(HêHend*(S;f) & j(H) = μ(x))))

Også denne satsen gir en ikke-triviell karakteristikk karakteristikk av mengden av fysiske utsagn, U(EFys).

Det er mulig å formulere noen satser som er helt analoge med dem ovenfor, men som er noe mer generelle. Anta a og b er ikke-tomme mengder som er inkludert i henholdsvis Reell^3 og D;p. Anta at T' er en ikke-tom delmengde av mengden av tidspunkter, T. Da har vi at <{E;f}, axb,T'> er en egenskapsstruktur. Vi betegner den med S;f[axb,T']. Vi definerte tidligere i §4.2 relasjonen EFys;<<a,b>,T'> der a,b og T' forutsettes å være som ovenfor.

Siden S;f[axb,T'] er en egenskapsstruktur har vi at

U(Ekv;(S;f[axb,T'])) = C(E(S;f[axb,T'])).

Nå viste vi i §4.2 at EFys;<<a,b>,T'> = Ekv;(S;f[axb,T']). Videre viste vi i §4.3 at FElem;<<a,b>,T'> = E(S;f[axb,T']). Det følger fra alt dette at følgende teorem holder:

Teorem 4.5.5 Anta ø≠a Inkl (Reell^3). Anta ø≠b Inkl D:p og dessuten at ø≠ T' Inkl T. Da gjelder:

U(Ekv;<<a,b>,T'>) = C(FElem;<<a,b>,T'>

Man ser at denne satsen impliserer Teorem 4.5.3 om man setter a= (Reell^3), b=D;p og T'=T. Resultatet er derfor en tanke mer generelt.

B

§5 Om det totale mentale hendelsesforløp i en mulig verden

Predikatet "Frem;w(y,x,t)" som leses "y er et momentant bevissthetsinntrykk som fremtrer for x ved tidspunktet t i verdenen w" er naturligvis blant de primitive predikatene i TMF.

I det følgende skal vi betegne mengden av alle de momentane bevissthetsinntrykk som fremtrer for en eller annen person ved et eller annet tidspunkt i en eller annen logisk mulig

© Morten Rognes 2011

verden med S. S utgjør følgelig mengden av alle de momentane bevissthetsinntrykk som er logisk mulige. Vi definerer denne mengden S formelt slik:

Definisjon 5.1 S =Mg(y: (Et)(Ex)(Ew)(têT&xêP&wêI & Frem;w(y,x,t)))

Anta w er en mulig verden. La t være et tidspunkt. Vi skal da kalle den funksjonen f som tilordner ethvert element xêP mengden av alle de momentane bevissthetsinntrykk som fremtrer for x ved t i verdenen w, med andre Mg(y: Frem;w(y,x,t)) for den mentale totaltilstand i verdenen w ved tidspunktet t. Man ser at denne funksjonen f er et element i mengden (Pt(S)^P) siden vi har at f(x)= Mg(y: Frem;w(y,x,t)) Inkl S. Dette impliserer selvfølgelig at f(x)êPt(S). La oss betegne den mentale totaltilstand i verdenen w ved tidspunktet t med g;w(t). Denne tilstanden kan defineres slik:

g;w(t) = Mg(<x, Mg(y: Frem;w(y,x,t))> : xêP)

Med den mentale totalhistorien i verden w forstår vi funksjonen som til ethvert tidspunkt têT tilordner g;w(t). Vi betegner denne mentale totalhistorien med δ(w), den kan formelt defineres slik:

δ(w) = Mg(<t,g;w(t)>: têT)

Dersom to verdener w1 og w2 har den samme mentale totalhistorie kaller vi dem for mentalt ekvivalente. Vi skal betegne denne relasjonen med EMen. Definisjonen er denne:

Definisjon 5.2 EMen = Mg(<w1,w2>: w1,w2êI & δ(w1) = δ(w2))

Det skulle være lett å se at vi må ha at det følgende holder:

Teorem 5.1 Anta w1,w2êI. Da gjelder:

EMen(w1,w2) ↔ (Ax)(At)(Ay)(xêP &yêS &têT →
(Frem;w1(y,x,t) ↔ Frem;w2(y,x,t)))

Beviset for denne påstanden er såpass enkelt at det utelates.

Den mentale totalhistorien som foreligger realisert i verdenen w er, som man ser fra det ovenstående, en funksjon i mengden ((Pt(S)^P)^T). Vi har derfor at δ avbilder I inn i denne mengden. Man ser imidlertid ganske lett at δ ikke kan avbilde i på ((Pt(S)^P)^T). Kaller man ((Pt(S)^P)^T) for mengden av alle mentale totalhistorier vil det finnes slike historier som overhodet ikke kan realiseres i noen mulig verden. Ser man videre på de diverse funksjonene i Pt(S)^P som mulige totaltilstander som kan foreligge realisert ved tidspunktet t ser man at strukturen <I,T, Pt(S)^P, δ> oppfyller de krav som stilles til en tilstandsstruktur. Den generelle teorien vi har fremstilt om tilstandsstrukturer i Rognes [12] kan derfor i prinsippet trekkes inn her.

§5.1 Ekvivalensrelasjoner forbundet med den mentale historien i en mulig verden.

På samme måte som vi gjorde i forbindelse med vår omtale av fysiske hendelsesforløp kan vi også i forbindelse med mentale historier definere en bestemt egenskapsstruktur. La oss i det følgende bruke "h(w)" som forkortelse for det lengere uttrykket

Mg(<<y,x>,t>: xêP & yêS & têT & Frem;w(y,x,t)).

© Morten Rognes 2011

h(w) er altså mengden av alle de par <<y,x>,t>, der vi har at x er en person, y et logisk mulig momentant bevissthetsinntrykk, t et tidspunkt og hvor vi har at y fremtrer for x ved tidspunktet t i verdenen w.

Alt ettersom w gjennomløper mengden av mulige verdener I vil h(w) variere. Vi skal betegne den egenskapen e hvor vi har at ekstensjonen til e i verdenen w er h(w) med E;m. E;m kan defineres slik:

Definisjon 5.1.1
E;m = (ig)(gêAt;2 & (Aw)(wêI → Ekst;w(g) = h(w)))

Siden h(w) Inkl (SxP)xT for alle wêI følger naturligvis fra denne definisjonen at Ekst;w(E;m) Inkl (SxP)xT for alle wêI. Vi definerer nå strukturen S;m ved:

Definisjon 5.1.2 S;m = <{E;m}, SxP, T>

Det er ikke vanskelig å ise at S;m definert på denne måten oppfyller de kravene som stilles til en egenskapsstruktur slik de ble fastsatt i §2.1. For det første har vi at {E;m},SxP og T er ikke-tomme mengder hvor T er inkludert i Tp. Vi har, som man husker fra tidligere fastsatt at Tp skal være mengden T av tidspunkter. For det andre har vi om fê{E;m} at f er en binær egenskap som oppfyller følgende krav for alle wêI:

(Ax)(Ay)(<x,y>êEkst;w → yêT)

Dette viser selvfølgelig at S;m er en egenskapsstruktur.

Siden S;m er en egenskapsstruktur vil alle de begrepene vi innførte i forbindelse med egenskapsstrukturer generelt kunne brukes i forbindelse med denne spesielle egenskapsstrukturen. Dette innebærer at vi kan snakke om ekvivalensrelasjonen over I bestemt av S;m, det vil si Ekv;(S;m), videre kan tale om elementærutsagnene bestemt av S;m, E(S;m) og at vi dessuten kan snakke om de forskjellige hendelsesmengder som er bestemt av en egenskapsstruktur. Således vil Pos(S;m) og Neg(S;m) være henholdsvis mengden av postive og negative elementærhendelser over S;m, Hend(S;m) mengden av de sammensatte hendelser bestemt av S;m og endelig er Hend*(S;m) mengden av hendelser i vid forstand bestemt av S;m.

Det skulle være ganske likefrem å se, på basis av Definisjon 5.1.1 og definisjonen av h, som vi ga innledningsvis i denne paragrafen, at ekvivalensrelasjonen bestem at S;m, ie Ekv;(S;m), sammenfaller med relasjonen EMen som vi definerte i §5. Vi har derfor at den følgende sats holder:

Teorem 5.1.1 Ekv;(S;m) = EMen

Vi utelater beviset for denne satsen siden det er av en relativt triviell karakter og dessuten er helt analogt med beviset for Teorem 4.2.1. Det vesentlige poeng er at vi har, om wêI, og <y,x,t>êSxPxT at

<<y,x>,t>ê Ekst;w(E;m) ↔ Frem;w(y,x,t).

Dette ser man nesten uten videre at må holde om man reflekterer en smule over definisjonen av E;m.

© Morten Rognes 2011

§5.2 Mentale elementærutsagn

Er S=<A,D,T> en egenskapsstruktur er mengden av de diverse utsagnene μ;-1(Mg(w: <x,t>êEkst;w(f))) der <x,t,f> gjennomløper DxTxA mengden av elementærutsagn over S, med andre ord den mengden vi betegner med E(S). Siden S;m er en egenskapsstruktur har man at E(S;m) er mengden av elementærutsagn over S;m. Vi skal kalle E(S;m) for mengden av mentale elementærutsagn. Denne mengden kan karakteriseres på en annen måte. Vi betegner mengden av alle utsagn av typen μ;-1(Mg(w : Frem;w(y,x,t))) der yêS, xêP og têT, med MElem. Formelt kan denne mengden defineres slik:

Definisjon 5.2.1
MElem= Mg(μ;-1(Mg(w : Frem;w(y,x,t))) : yêS & xêP & têT)

Vi kan nå, på en måte som er helt analog med det vi gjorde i forbindelse med strukturen S;f - i den forbindelse dreide det seg om mengden av elementærutsagn over S;f og mengden FElem - vise at det følgende teorem holder:

Teorem 5.2.2 MElem = E(S;m)

Vi utelater beviset. Det er av en helt rutinemessig karakter og helt analogt med beviset for Teorem 4.3.1.

§5.3 Mentale hendelser

En sak er et momentant bevissthetsinntrykk som fremtrer for individet x ved et bestemt tidspunkt. Vi har tenkt oss denne slags momentane inntrykk, som bare har et øyeblikks varighet, som en slags grunnleggende "byggestener" i det indre mentale liv til et følende vesen. En annen sak er imidlertid en fornemmelse eller et sanseinntrykk som fremtrer for bevisstheten til et individ og som ikke bare varer bare et øyeblikk, men som vedkommende har gjennom et lengere tidsrom.

La oss forsøke å belyse forskjellen med et eksempel. En gitt smerteopplevelse, lokalisert til mageregionen, kan for eksempel dukke opp for x ved et gitt tidspunkt t1. Den kan være forholdsvis svak, ligne en svak "murring" i en viss tidsperiode, la oss si to minutter, frem til tidspunkt t2. Ved dette tidspunkt kan man så tenke seg at denne smertefornemmelsen øker til et voldsomt mageknip som varer en ti til femten sekunder. Vi har da kommet frem til tidspunktet t3. Fra dette tidspunktet avtar så smertefornemmelsen ganske raskt og er, la oss si det, borte etter ett minutt, ved tidspunktet t4. I dette tilfellet er det nærliggende å si at individet x opplever den samme smertefornemmelsen hele tiden, fra den begynte ved tidspunktet t1 til den var borte ved tidspunktet t4. La oss betegne smertefornemmelsen med s. Individet x har altså denne smertefornemmelsen s ved alle tidspunkter i intervallet som strekker seg fra t1 til t4. Det virker naturlig å si at man kan snakke om det som utgjør denne smertefornemmelsen s ved ethvert tidspunkt t i det nevnte intervall. Videre virker det rimelig å si at det som utgjør fornemmelsen (eller det mentale inntrykket) s ved et gitt tidspunkt t i det nevnte intervall ikke kan være identisk med det som utgjør s ved et annet tidspunkt t' i det samme intervallet. Betegner vi det som utgjør smertefornemmelsen s ved tidspunktet t med s(t) virker det altså rimelig å hevde at s(t) ≠ s(t') for alle tidspunkter t,t' i intervallet [t1,t4] om t≠t'. Man kunne kalle det som utgjør smertefornemmelsen s ved tidspunktet t for det

© Morten Rognes 2011

momentane snitt av s ved t. Det virker ikke urimelig å oppfatte dette momentane snitt av s ved t, med andre ord s(t), som et momentant bevissthetsinntrykk som fremtrer for individet x ved tidspunktet t. Har vi derfor at s fremtrer for bevisstheten til x ved t i verdenen w har vi også at Frem;w(s(t),x,t) for alle tidspunkter t i intervallet [t1,t4].

I lys av disse overveielsene virker det ikke urimelig å betrakte smertefornemmelsen s som en funksjon der domenet er tidsområdet [t1,t4], hvor verdiområdet er inkludert i S og hvor vi har (At)(tê[t1,t4] → Frem;w(s(t),x,t)).

Det er nærliggende å generalisere disse betraktningene. Fornemmelser, sanseinntrykk og andre rent mentale objekter som har utstrekning i tid skal vi i det følgende sammenfatte under fellesbetegnelsen "mentale inntrykk". Dessuten skal vi, akkurat som vi gjorde det i Del I, §2.6, bruke "Ment;w(y,x,t)" som forkortelse for uttrykket " y er et mentalt inntrykk som fremtrer for x ved tidspunktet t i verdenen w". I overenstemmelse med betraktningene ovenfor definerer vi dette predikatet slik:

Definisjon 5.3.1 Ment;w(y,x,t) ↔ Func(y) &
ø≠Dom(y) Inkl T & Rgn(y) Inkl S & têDom(y) &
xêP& (At)(têDom(y) → Frem;w(y(t),x,t))

Som man ser fra denne definisjonen er et mentalt inntrykk y som fremtrer for bevisstheten til x en funksjon der domenet er et tidsområde, det vil si en ikke-tom mengde med tidspunkter, og hvor verdiområdet er en delmengde av S. Det mentale inntrykket y fremtrer for individet x ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis t er med i domenet til y og vi har at y(t'), det som utgjør y ved t', er et momentant bevissthetsinntrykk som fremtrer for x ved t' i verdenen w for alle tidspunkter t' som inngår i domenet til y.

Begrepet vi har definert er temmelig vidtfavnende og vil inkludere endel mentale objekter som kan virke ganske merkverdige.

Anta for eksempel y1 og y2 er to mentale inntrykk hvor vi har at Ment;w(yi,x,t0) for i= 1,2. Anta at Dom(y1)=Dom(y2) = <t1,t2> for visse tidspunkter t1,t2, og at t0ê<t1,t2>. Vi forutsetter at t2 kommer etter t1. Da kan man inndele intervallet <t1,t2> i to innbyrdes disjunkte mengder a,b slik at aUb = <t1,t2>. Definerer vi da en funksjon z ved å sette at z(t) =y1(t) om têa og z(t)=y2(t) om têb er det lett å se at man har Ment;w(z,x,t0). Det følger derfor at også z må være et mentalt inntrykk som fremtrer for x ved t0 i verdenen w. Vi har jo at Func(z) og at Dom(z) =<t1,t2>.

I og med at vi har definert egenskapsstrukturen S;m= <{E;m},SxP, T> presist er også mengden av positive og negative elementærhendelser, mengden av sammensatte hendelser og mengden av hendelser i vid forstand over S;m, fiksert.

Vi så at det var en temmelig nær sammenheng mellom fysiske objekter og fysiske hendelser. Det er en tilsvarende, men ikke fullt så naturlig, sammenheng mellom mentale inntrykk og mentale hendelser. Vi skal avslutte denne paragrafen med å si noen ord om de mest åpenbare sammenhengende som vi mener å kunne se når det gjelder disse forhold.

Anta Ment;w(y,x,t). Da har vi ifølge Definisjon 5.3.1 at y er en funksjon der domenet er en ikke-tom mengde tidspunkter inkludert i T og hvor vi dessuten har:

(At')(t'êDom(y) → Frem;w(y(t'),x,w))

Det er mulig å assosiere denne funksjonen y med en sammensatt mental hendelse over S;m.

© Morten Rognes 2011

La oss forsøke å forklare hvordan.

Man kan betrakte de diverse parene <<y(t'),x>,t'> for alle t'êDom(y). Ethvert slikt par er i en-entydig korrespondanse med den positive elementærhendelsen <1,E;m, <<y(t'),x>,t'>> over S;m. Sammenfatter vi disse positive elementærhendelsene i en mengde E(y), vil denne mengden være en sammensatt hendelse over S;m som er bestemt av det mentale inntrykket y. Denne hendelsen vil, som man lett ser, foreligge realisert i verdenen w hvis og bare hvis Ment;w(y,x,t).

Man kunne gå et skritt videre i denne retning. Vi definerer et mentalt objekt som et ordnet par <f,x> der (i) f er en funksjon hvor ø≠Dom(f) Inkl T og Rgn(f) Inkl S og (ii) xêP. Vi sier at et slikt mentalt objekt foreligger realisert i verdenen w hvis og bare hvis vi har Ment;w(f,x,t) for et eller annet tidspunkt têT.

Er nå a et slikt mentalt objekt kan man definere den sammensatte hendelsen assosiert med a, E(a), ved:

E(a) = Mg(<1,E;m,<<f(t),x>,t>> : têDom(f))

Gitt disse definisjonen kan man vise at den følgende sats holder:

Teorem 5.3.1 Anta a er et mentalt objekt og at wêI. Da har man at a foreligger realisert i verdenen w hvis og bare hvis den sammensatte hendelsen E(a) over S;m foreligger realisert i w.

Vi overlater beviset for dette til leseren.

§5.4 Om forskjellige mengder av mentale utsagn og deres karakteristikk

Vi har tidligere, i §5.1, vist at det følgende holder:

(i) Ekv;(S;m) = EMen

Med andre er ekvivalensrelasjonen bestem av S;m identisk med relasjonen EMen, mental ekvivalens mellom to mulige verdener. Fra (i) følger umiddelbart at mengden av utsagn bestemt av Ekv;(S;m), dvs. U(Ekv;(S;m)), er identisk med mengden av utsagn bestemt av EMen. Det følger at vi har:

(ii) U(Ekv;(S;m)) = U(EMen)

På den annen side viste vi også i §5.2 at mengden av elementærutsagn over egenskapsstrukturen S;m, med andre ord E(S;m) var identisk med MElem, mengden av mentale elementærutsagn. Vi har følgelig

(iii) E(S;m) = MElem

Fra dette følger umiddelbart:

(iv) C(E(S;m)) = C(MElem)

© Morten Rognes 2011

Dette innebærer at den minste mengden av utsagn som inneholder E(S;m) og som er lukket under negasjon og uendelig konjunksjon er identisk med den minste mengden som inneholder MElem og som er lukket under negasjon og uendelig konjunksjon.

Nå viste vi som et generelt teorem i avsnittet om egenskapsstrukturer at det gjelder for enhver egenskapsstruktur S at utsagnene bestemt av ekvivalensrelasjonen over S, ie. U(Ekv;S) er i dentisk med C(E(S)). Siden dette gjelder generelt for enhver egenskapsstruktur gjelder det også for den spesielle egenskapsstrukturen S;m. Det følger at vi har:

(v) $U(Ekv;(S;m)) = C(E(S;m))$

Fra dette sammen med (ii) og (iv) følger umiddelbart følgende sats:

Teorem 5.4.1 $U(EMen) = C(MElem)$

Det er naturligvis et hovedresultat og gir oss en karakteristikk av mengden av mentale utsagn som ikke på noen måte er triviell.

Vi definerte tidligere mengden av hendelser i vid forstand over en egenskapsstruktur S. Denne mengden ble betegnet med "Hend*(S)". Er H en slik hendelse i vid forstand over S er j(H) mengden av de og bare de verdener hvor hendelsen H foreligger realisert. Er S en egenskapsstruktur har vi ifølge Teorem 2.3.3.1 i §2.3:

(vi) $U(Ekv;S) = Mg(x: x\hat{e}U \,\&\, (\mu(x) =ø\ v\ (EH)(H\hat{e}Hend^*(S) \,\&\, j(H) = \mu(x))))$

Siden dette gjelder for enhver egenskapsstruktur gjelder det også for den spesielle egenskapsstrukturen S;m. Vi har derfor:

(vii) $U(Ekv;(S;m)) = Mg(x: x\hat{e}U \,\&\, (\mu(x) =ø\ v\ (EH)(H\hat{e}Hend^*(S;m) \,\&\, j(H) = \mu(x))))$

Fra dette og (ii) følger nok et teorem som karakteriserer mengden U(EMen). Det dreier seg om:

Teorem 5.4.2 Følgende gjelder:
$U(EMen) = Mg(x: x\hat{e}U \,\&\, (\mu(x) =ø\ v\ (EH)(H\hat{e}Hend^*(S) \,\&\, j(H) = \mu(x))))$

De to teoremene som vi har nevnt i denne paragrafen er av en viss interesse siden de viser minst to alternative måter som man kan benytte om man ønsker å definere mengden av mentale utsagn, ie U(EMen). Selvom disse satsene neppe kan beskrives som usedvanlig dype gir de en ytterligere innsikt i hva som ligger i begrepet om et mentalt utsagn og er derfor åpenbart av interesse.

§6 Om totale intensjonale hendelsesforløp i en mulig verden

I §2.6 i Del I innførte vi de følgende predikater som følgelig inngår i vokabularet til språket til

© Morten Rognes 2011

teorien TMF:

(1) y er et utsagn som beskriver noe x tror er tilfelle ved tidspunktet t i verdenen w
(2) y er et utsagn som beskriver noe x vet er tilfelle ved tidspunktet t i verdenen w
(3) y er et utsagn som beskriver noe x ser er tilfelle ved tidspunktet t i verdenen w
(4) y er et utsagn som beskriver noe x hører er tilfelle ved tidspunktet t i verdenen w
(5) y er et utsagn som beskriver noe x merker er tilfelle ved tidspunktet t i verdenen w
(6) y er et utsagn som beskriver noe x har et inntrykk av er tilfelle ved tidspunktet t i verdenen w
(7) y er et utsagn som beskriver noe x har oppmerksomheten rettet mot ved tidspunktet t i verdenen w

Når det gjelder disse skal vi bruke de forkortelsene som ble innført i §2.6 i Del I. (1) - (7) forkortes med henholdsvis "Tror;w(y,x,t)", "Vet;w(y,x,t)", "Ser;w(y,x,t)", "Hør;w(y,x,t)", "Merk;w(y,x,t)", "Inntr;w(y,x,t)" og "Oppm;w(y,x,t)".

Den viktigste grunnsetning for disse konstruksjonene som ble innført i Del I var setningen INT1.[17]

Denne grunnsetningen sier for eksempel bare at dersom y er et utsagn som beskriver

17 I TMF er INT1 det eneste aksiomet for konstruksjonene (1) - (7). Det er imidlertid noe unaturlig over dette aksiomet siden det tvinger objektene for de såkalte "propositional attitudes" som vi har innført her, representert ved predikatene (1) - (7) til å være utsagn. Dette innebærer at dersom for eksempel setningen "Det regner i Bergen nå" uttrykker et utsagn som beskriver noe x tror er tilfelle, så vil også setningen "Det regner i Bergen nå og det er slik at 22*971=21362" uttrykke et utsagn som beskriver noe x tror er tilfelle. De to setningene må være sanne i nøyaktig de samme verdenene og uttrykker derfor det samme utsagn. Dette kan virke urimelig. Selvom en person tror det som den første setningen uttrykker behøver det ikke være slik at vedkommende tror det som uttrykkes av den andre setningen. Det virker derfor som om objektene for de intensjonale relasjonsuttrykkene (1) -(7) burde oppfattes som en form for utsagn som er finere individuert enn det vi kaller utsagn. Det er imidlertid intet i veien for å modifisere teorien TMF på dette punkt. Vi kan utvide språket til TMF med de følgende to nye primitive predikater:

(i) "x er et finstrukturert utsagn" - "UF(x)"
(ii) "w er en verden hvor det finstrukturerte utsagnet x er sant" - "True;f(w,x)"

Man kunne tentativt legge til de følgende grunnsetninger for disse to predikatene:

UF1 (Ey)(M(y) & y= Mg(x: UF(x)))
UF2 True;f(w,y) →. wêI & UF(y)
UF3 (Ax)(M(x) & x Inkl I → (Ey)(UF(y) & x= Mg(w : True;f(w,y))))

Fra disse tre aksiomene utleder man lett at mengden av finstrukturerte utsagn minst er likemektig med mengden av utsagn. Man kan nå tenke seg at man i tillegg til å utvide språket til TMF med predikatene (i) og (ii) også utvider teorien med grunnsetningene UF1 - UF3. Istedet for INT1 kan man bruke

INT*1 Vet;w(y,x,t) → wêI & têT & UF(y)

Man legger til tilsvarende aksiomer for de andre predikatene (2) -(7). Når det gjelder de andre aksoimene INT2 og INT3 må de endres. Det skulle imidlertid ikke være vanskelig å se hvordan de kan revideres på passende måte. Denne reviderte utgaven av TMF er naturligvis mer komplisert enn den opprinnelige teori.

Man ser nå at de to setningene som vi nevnte ovenfor, selvom de uttrykker det samme presise deskriptive utsagn, ikke behøver å uttrykke det samme finstrukturerte utsagn. Det er derfor fullt ut mulig at en person kan tro det finstrukturerte utsagn som den første setningen uttrykker uten at vedkommende derfor tror det finstrukturerte utsagn som den andre setningen utrykker.

I det følgende vil dette skillet mellom utsagn og finstrukturerte utsagn ikke være avgjørende. Det er i og for seg ikke særlig vanskelig å se hvordan de begrepsdannelser vi innfører kan endres slik at de passer med den teorien vi har skissert her. Heller ikke skulle det være spesielt vanskelig å endre teoremene vi utleder slik at de kan bevises i den reviderte teori.

© Morten Rognes 2011

noe x tror er tilfelle ved tidspunktet t i verdenen w så er y et utsagn, t et tidspunkt og w en logisk mulig verden. Det samme gjelder for de andre predikatene.

Vi skal etterhvert definere en bestemt egenskapsstruktur S;i ved hjelp av de predikatene vi har nevnt. Før vi gjør dette vil vi imidlertid minne om visse sider ved egenskaper.

Er e en eller annen egenskap vil e i enhver verden w ha en ekstensjon. Ekstensjonen til egenskapen e i verdenen w betegner vi som bekjent med "Ekst;w(e)". Det følger fra dette at vi til enhver egenskap e kan tilordne denne en ekstensjonsfunksjon, nemlig den funksjonen som til hver verden wêI tilordner Ekst;w(e). Betegner vi unionen av de ymse Ekst;w(e) ettersom w gjennomløper I med X ser man at ekstensjonsfunksjonen til e er en fuksjon i mengden Pt(X)^I. Omvendt har man, om X er ikke-tom mengde, at det til enhverfunksjon fê(Pt(X)^I) svarer en bestemt egenskap e som har f som sin ekstensjonsfunksjon. Vi har i så fall, for alle wêI at Ekst;w(e) = f(w). Denne egenskapen e er entydig bestemt og vi vil betegne den med "f;e". Utrykket "f;e" kan altså leses "egenskapen som er entydig bestemt av ekstensjonsfunksjonen f".

Ved hjelp av predikatene (1) - (7) skal vi nå definere en rekke ekstensjonsfunksjoner. La oss først se på mengden Mg(<<y,x>,t>: Tror;w(y,x,t) & xêP) der det forutsettes at wêI. Dette er altså mengden av alle de par <<y,x>,t> som er slik at y er et utsagn som beskriver noe x tror er tilfelle ved tidspunktet t i verdenen w. Ved hjelp av INT1 ser man umiddelbart at denne mengden er inkludert i (UxP)xT og derfor at man lett kan vise eksistensen av den på basis av de mengdeteoretiske aksiomene som inngår i TMF. Funksjonen som til enhver verden w tilordner Mg(<<y,x>,t>: Tror;w(y,x,t) & xêP), med andre ord

λ/wêI/(Mg(<<y,x>,t>: Tror;w(y,x,t) & xêP)),

skal vi betegne med Tror_at. Dette kan oppfattes som en ekstensjonsfunksjon. Holder vi oss til den konvensjonen som ble innført rett ovenfor ser man at Tror_at;e vil være den egenskapen som er entydig bestemt av denne ekstensjonsfunksjonen. Det fremgår av det vi har nevnt ovenfor at man må ha:

(i) (Aw)(wêI → Ekst;w(Tror_at;e) =
Mg(<<y,x>,t>: Tror;w(y,x,t) & xêP))

Det følger derfor at

(ii) wêI & <z,y>êEkst;w(Tror_at;e). →. yêT & zê(UxP)

Man ser fra dette at Tror_at;e er det vi tidligere har kalt en temporal egenskap. La oss oppsummere den definisjonen vi nettopp har gitt av ekstensjonsfunksjonen Tror_at i form av en formell eksplisitt definisjon:

Definisjon 6.1 Vi setter:
Tror_at = λ/wêI/(Mg(<<y,x>,t>: Tror;w(y,x,t) & xêP))

Vi kan definere tilsvarende ekstensjonsfunksjoner for hvert av predikatene (2) - (7):

Definisjon 6.2 Vi setter:
(i) Vet_at = λ/wêI/(Mg(<<y,x>,t>: Vet;w(y,x,t) & xêP))

© Morten Rognes 2011

(ii) Ser_at = λ/wêI/(Mg(<<y,x>,t>: Ser;w(y,x,t) & xêP))
(iii) Hør_at = λ/wêI/(Mg(<<y,x>,t>: Hør;w(y,x,t) & xêP))
(iv) Merk_at = λ/wêI/(Mg(<<y,x>,t>: Merk;w(y,x,t) & xêP))
(v) Inntr_at = λ/wêI/(Mg(<<y,x>,t>: Inntr;w(y,x,t) & xêP))
(vi) Oppm_at = λ/wêI/(Mg(<<y,x>,t>: Oppm;w(y,x,t) & xêP))

Til de ekstensjonsfunksjonene som er fastsatt ved disse definisjonen svarer det visse egenskaper Tror_at;e, Vet_at;e osv. Vi kaller mengden av disse egenskapene for Q og gir den følgende formelle definisjon:

Definisjon 6.3 Q= {Tror_at;e, Vet_at;e, Ser_at;e, Hør_at;e, Merk_at;e, Inntr_at;e, Oppm_at;e,}

Q kunne omtales som det system av intensjonale egenskaper vi betrakter her. Ser man nå på strukturen <Q,UxP,T> ser man lett at denne oppfyller de kravene vi stiller til en egenskapsstruktur. For det første har vi tydeligvis at Q, UxP og T er ikke-tomme mengder. Videre ser man lett fra de definisjonene vi har gitt at dersom f er en vilkårlig egenskap i Q og <x,y>êEkst;w(f) for vilkårlig wêI og vilkårlige x,y, så har man at yêT. Dette innebærer at alle egenskapene i Q er temporale egenskaper. Dette viser at strukturen er en egenskapsstruktur. I analogi med "S;f" og "S;m" skal vi betegne denne egenskapsstrukturen med "S;i". Vi gir den følgende formelle definisjon:

Definisjon 6.4 S;i = <Q, UxP, T>

La oss bemerke at avgrensningen av Q er noe vilkårlig. Vi kunne ha tatt med en lang rekke andre intensjonale egenskaper, for eksempel egenskaper som svarer til de følgende konstruksjoner: "y er et utsagn som beskriver et forhold x ved tidspunktet t i verdenen w ønsker at skal foreligge", "y er et utsagn som beskriver et forhold x ved tidspunktet t i verdenen w forestiller seg", "y er et utsagn som beskriver et forhold x ved tidspunktet t i verdenen w tenker seg at foreligger". Dette er bare et lite utvalg av konstruksjoner. Som man skjønner kan man forlenge denne listen betraktelig.

Det er mulig å generalisere begrepsdannelsene ovenfor. Det kan være hensiktsmessig å studere hvordan dette kan gjøres. La oss kalle ethvert ikke-tomt element i mengden Pt(UxPxTxI) for en intensjonal relasjon. Er R en slik intensjonal relasjon kan man lett definere ekstensjonsfunksjonen bestemt av R ved

λ/wêI/(Mg(<<x,y>,t>: <x,y,t,w>êR))

Denne ekstensjonsfunksjonen bestemmer så den intensjonale egenskapen R;e. Vi kunne derfor til enhver ikke-tom mengde X Inkl Pt(UxPxTxI) betrakte mengden av intensjonale egenskaper Mg(R;e: RêX). Man ser da lett at S(X)=<Mg(R;e: RêX), UxP,T> vil være en egenskapsstruktur. Egenskapsstrukturen S;i er derfor den egenskapsstrukturen som er bestemt av de intensjonale relasjonene som svarer til de primitive predikatene (1) - (7) som vi nevnte innledningsvis. Man ser derfor at denne strukturen er et spesielt element i en langt mer omfattende klasse av hva man kunne kalle "intensjonale egenskapsstrukturer", nemlig klassen av de diverse S(X) ettersom X gjennomløper Pt(Pt(UxPxTxI))-{ø}.

© Morten Rognes 2011

§6.1 Ekvivalensrelasjoner forbundet med intensjonale historier i en mulig verden.

Som vi så i §2 er det slik at dersom en egenskapsstruktur S er gitt vil en rekke andre begreper være entydig bestemt relativt til S. Dette gjelder for eksempel ekvivalensrelasjonen bestemt av S, Ekv;S. Men dette gjelder også mengden av elementærutsagn bestemt av S, E(S) og de diverse hendelsesmengdene vi definerte vi definierte i forbindelse med en egenskapsstruktur S. Som man husker dreide det seg om mengden av positive og negative elementærhendelser over S, mengden av sammensatte hendelser over S, og mengden av hendelser i vid forstand over S.

Siden S;i er en egenskapsstruktur er ekvivalensrelasjonen bestemt av S;i veldefinert. Det skulle ikke være vanskelig å se at den følgende sats gjelder for denne relasjonen Ekv;(S;i):

Teorem 6.1.1 Anta w,w'êI. Da har man at <w,w'>êEkv;(S;i) hvis og bare hvis vi har for alle y,x,t der yêU & <x,t>êPxT at følgende holder:

(i) Tror;w(y,x,t) ↔ Tror;w'(y,x,t)
(ii) Vet;w(y,x,t) ↔ Vet;w'(y,x,t)
(iii) Ser;w(y,x,t) ↔ Ser;w'(y,x,t)
(iv) Hør;w(y,x,t) ↔ Hør;w'(y,x,t)
(v) Merk;w(y,x,t) ↔ Merk;w'(y,x,t)
(vi) Inntr;w(y,x,t) ↔ Inntr;w'(y,x,t)
(vii) Oppm;w(y,x,t) ↔ Oppm;w'(y,x,t)

Denne satsen bevises lett ved hjelp av definisjonen av Ekv;(S;i) og de definisjonene vi ga i forrige paragraf.

Vi definerte tidligere i tilknytning til egenskapsstrukturene S;f og S;m de korresponderende relasjonene EFys og EMen, henholdsvis fysisk- og mental ekvivalens over mengden av mulige verdener. Vi skal nå gjøre det samme i forbindelse med strukturen S;i. Vi definerer EInt, intensjonal ekvivalens mellom to verdener, ved:

Definisjon 6.1.1 Anta w,w'êI. Da sier vi at w og w' er intensjonalt ekvivalente, i symboler EInt(w,w'), hvis og bare hvis vi har for alle y,x,t der yêU, xêP og têT at

(i) Tror;w(y,x,t) ↔ Tror;w'(y,x,t)
(ii) Vet;w(y,x,t) ↔ Vet;w'(y,x,t)
(iii) Ser;w(y,x,t) ↔ Ser;w'(y,x,t)
(iv) Hør;w(y,x,t) ↔ Hør;w'(y,x,t)
(v) Merk;w(y,x,t) ↔ Merk;w'(y,x,t)
(vi) Inntr;w(y,x,t) ↔ Inntr;w'(y,x,t)
(vii) Oppm;w(y,x,t) ↔ Oppm;w'(y,x,t)

Det bør påpekes at relasjonen EInt definert på denne måten er en ekvivalensrelasjon. Det skulle neppe være noen vanskeligheter forbundet med å verifisere at dette er tilfelle. Det fremgår dessuten fra Definisjon 6.1.1 at definiens i denne definisjonen er identisk med den nødvendige og tilstrekkelige betingelse som nevnes i Teorem 6.1.1. Det følger derfor at den

© Morten Rognes 2011

følgende elementære sats holder:

Teorem 6.1.2 Ekv;(S:i) = EInt

Siden Ekv;(S;i) allerede er påvist å være en ekvivalensrelasjon følger det fra denne satsen at EInt også må være det.

§6.2 Intensjonale elementærutsagn

Siden S;i er en veldefinert egenskapsstruktur er mengden av elementærutsagn over S;i, E(S;i) også en veldefinert mengde. På samme måte som tilfellet var ved S;f og S;m ønsker vi å gi en alternativ karakteristikk av denne utsagnsmengden. Man ser at Mg(μ;-1(Mg(w; Tror;w(y,x,t))) : yêU & xêP & têT) er en utsagnsmengde. La oss betegne denne med U;1. Den formelle definisjonen kan formuleres slik:

Definisjon 6.2.1
U;1=Mg(μ;-1(Mg(w; Tror;w(y,x,t))) : yêU & xêP & têT)

Er yêU, xêP og têT har vi at Mg(w; Tror;w(y,x,t)) er mengden av alle de mulige verdenene der vi har at y er et utsagn som beskriver noe x tror er tilfelle ved tidspunktet t. Denne mengden av mulige verdener er sannhetsmengden til et utsagn, nemlig utsagnet at y er et utsagn som beskriver noe x tror er tilfelle ved tidspunktet t. U1 er altså mengden av alle utsagnene av denne typen som man får når man lar <y,x,t> gjennomløpe UxPxT.

På tilsvarende vis defineres utsagnsmengdene U;2 - U;7 slik:

Definisjon 6.2.2
U;2=Mg(μ;-1(Mg(w; Vet;w(y,x,t))) : yêU & xêP & têT)
U;3=Mg(μ;-1(Mg(w; Ser;w(y,x,t))) : yêU & xêP & têT)
U;4=Mg(μ;-1(Mg(w; Hør;w(y,x,t))) : yêU & xêP & têT)
U;5=Mg(μ;-1(Mg(w; Merk;w(y,x,t))) : yêU & xêP & têT)
U;6=Mg(μ;-1(Mg(w; Inntr;w(y,x,t))) : yêU & xêP & têT)
U;7=Mg(μ;-1(Mg(w; Oppm;w(y,x,t))) : yêU & xêP & têT)

Vi kan nå definere mengden med intensjonale elementærutsagn, IElem, som unionen av de diverse U;i ettersom i går fra 1 til 7. Definisjonen er med andre ord denne:

Definisjon 6.2.3 IElem = UN/i,1,7/(U;i)

Saken er nå den at elementærutsagnene over egenskapsstrukturen S;i faller sammen med mengden av de intensjonale elementærutsagn, IElem. Dette innebærer at den følgende sats holder:

Teorem 6.6.1 E(S;i) = IElem

Beviset for denne påstanden er meget enkelt og i mange henseende analogt med bevisene vi

© Morten Rognes 2011

tidligere har gitt for at E(S;f) =FElem og E(S;m) = MElem. Beviset er imidlertid av en slik art at dersom det skal gjennomføres helt detaljert blir det ganske langt og vil innebære en del "skribling". Vi avstår derfor fra dette, men oppfordrer gjerne leseren, som øvelse, til å konstruere et helt detaljert bevis.

Vi avslutter denne paragrafen med enkelte bemerkninger om to emner. For det første noen bemerkninger om understrukturer til S;i. Videre noen bemerkninger om intensjonale totaltilstander og intensjonale totalhistorier.

Betrakter man S'=<{Tror_at;e},UxP,T> ser man lett på basis av definisjonen vi tidligere har gitt av understruktur og definisjonen av S;i i §6 at S' er en understruktur av S;i. Det skulle heller ikke være vanskelig å se at ekvivalensrelasjonen over S' holder mellom to mulige verdener w1 og w2 hvis og bare hvis man har at

$$\text{Tror;w1}(y,x,t) \leftrightarrow \text{Tror;w2}(y,x,t)$$

for alle yêU, xêP og têT. Tilsvarende kan man iakta at mengden av elementærutsagn over S', dvs. E(S') faller sammen med U;1 slik denne ble mengden ble definiert ved Definisjon 6.2.1 ovenfor.

Tilsvarende bemerkninger kan gjøres i forbindelse med de andre egenskapene som inngår i den første komponenten til egenskapsstrukturen S;i.

I forbindelse med omtalen av fysiske utsagn, hendelser og fysisk ekvivalens innførte vi begrepet fysisk totaltilstand og begrepet fysisk totalhistorie. Noe tilsvarende kan gjøres i forbindelse med intensjonale relasjoner

I §6 definerte vi en intensjonal relasjon som et ikke-tomt element i mengden Pt(UxPxTxI), altså som en mengde med fire-tupler <y,x,t,w> der yêU, xêP, têT og wêI. La nå X være en ikke-tom mengde av slike intensjonale relasjoner. Da skal vi kalle en funksjon i mengden (Pt(U)^P)^X for en mulig intensjonal totaltilstand over X. En funksjon som tilordner ethvert tidspunkt en intensjonal totaltilstand skal vi kalle en intensjonal totalhistorie over X. En intensjonal totalhistorie over X, eller assosiert med X, vil derfor være en funksjon i mengden ((Pt(U)^P)Exp X)^T. Vi må naturligvis si noen ord om når en slik intensjonal totalhistorie foreligger realisert i en mulig verden w.

Anta g er en slik intensjonal totalhistorie og w en mulig verden. Da vil g(t), om t er et tidspunkt, være et element i (Pt(U)^P)^X. Med andre ord vil g(t) være en intensjonal totaltilstand over X. Vi sier da at denne totaltilstanden g(t) foreligger realisert i verdenen w ved tidspunktet t hvis og bare hvis man har

$$g(t)(q)(x) = Mg(u: \langle u,x,t,w\rangle \hat{e} q)$$

for alle qêX og xêP. Merk at siden g(t)ê((Pt(U)^P)^X) vil g(t)(q)ê(Pt(U)^P) om qêX. Er da xêP har man at g(t)(q)(x)êPt(U). Formelt sett kan vi definere hva som menes med at den intensjonale totalhistorien g foreligger realisert i verdenen w, i symboler Real(g,w), ved å si at dette er tilfelle hvis og bare hvis vi har:

$$(At)(Ax)(Aq)(t\hat{e}T \;\&\; x\hat{e}P \;\&\; q\hat{e}X \rightarrow$$

© Morten Rognes 2011

$$g(t)(q)(x) = Mg(u: \langle u,x,t,w\rangle \hat{e} q)$$

Det er nå mulig å vise at dersom w er en mulig verden så finnes det en og bare en intensjonal totalhistorie g over X som foreligger realisert i verdenen w. Setter man derfor per definisjon

$$h;X(w) = (ig)(Real(g,w))$$

om g er en intensjonal totalhistorie over X har man at h;X er en funksjon som avbilder mengden av mulige verdener I inn i ((Pt(U)^P)^X)^T. Dette innebærer at strukturen <I, ((Pt(U)^P)^X), T, h;X>, der X er en mengde med intensjonale relasjoner, vil være det vi tidligere har kalt en tilstandsstruktur.[18]

Lar vi X;0 være den mengden av intensjonale relasjoner som svarer til konstruksjonene (1) - (7) som vi nevnte innlesningsvis i §6 vil strukturen <I, ((Pt(U)^P)^X;0), T, h;(X;0)> svare til egenskapsstrukturen S;i. Vi vil dessuten ha at relasjonen

$$Mg(\langle w1,w2\rangle: h;(X;0)(w1) = h;(X;0)(w2))$$

vil være identisk med Ekv;(S;i) som i sin tur er ekvivalent med relasjonen EInt. To verdener er med andre ord intensjonalt ekvivalente hvis og bare hvis den samme intensjonale totalhistorien foreligger realisert i dem.

Det bør tilslutt bemerkes at mengden av intensjonale totalhistorier assosiert med en mengde X av intensjonale relasjoner er meget omfattende. I en tilstandsstruktur av typen <I, ((Pt(U)^P)^X), T, h;X> er det derfor intet som tilsier at h;X avbilder I på ((Pt(U)^P)^X)^T. Endel intensjonale totalhistorier behøver ikke å være realiserbare i noen mulig verden. I en viss forstand kan disse historiene da sies å være logisk umulige.

§6.3 Om forskjellige mengder av intensjonale utsagn og deres karakteristikk

En ekvivalensrelasjon e over mengden av mulige verdener I bestemmer en mengde av ekvivalensklasser over I, nemlig e*. Betrakter man så alle mulige unioner av ekvivalensmengdene i e* definerer disse en mengde med utsagn, nemlig U(e). Som man husker ble U(e) definert ved:

$$U(e) = Mg(x: x\hat{e}U \;\&\; (Ec)(c\ Inkl\ e^* \;\&\; \mu(x) = UN(c)))$$

Vi har i §6 definert relasjonen EInt. Dette er åpenbart en ekvivalensrelasjon over I. Utsagnsmengden bestemt av denne relasjonen er U(EInt). Vi skal kalle denne mengden av utsagn for *mengden av intensjonale utsagn*. Nå har vi vist i §6 at

(i) Ekv;(S;i) = EInt

Det følger derfor at vi har:

18 I sin tur innebærer dette at hele den teorien vi har utviklet om tilstandsstrukturer i Rognes [12] i prinsippet kan trekkes inn her. Dette kan bidra til å gi en et noe fyldigere bilde av hva som faktisk kan utledes i TMF.

© Morten Rognes 2011

Teorem 6.3.1 U(Ekv;(S;i)) = U(EInt)

Dette gir oss naturligvis en alternativ karakteristikk av mengden av intensjonale utsagn om enn av en nokså overfladisk natur.

I forrige paragraf definerte vi mengden av intensjonale elementærutsagn, IElem. Vi viste at denne mengden sammenfaller med mengden av elementærutsagn over S;i, E(S;i). Det følger at vi har:

Teorem 6.3.2 E(S;i) = IElem

Fra dette følger selvfølgelig at den minste mengden av utsagn som inneholder IElem og som er lukket under negasjon og uendelig konjunksjon, C(IElem) er identisk med den minste mengden av utsagn som inneholder E(S;i) og som er lukket under de samme operasjonene. Vi har altså:

Teorem 6.3.3 C(E(S;i)) = C(IElem)

Nå viste vi som et generelt teorem i §2 at dersom S er en egenskapsstruktur har man at U(Ekv;S) = C(E(S)). Vi minner om at det var et av våre hovedresultater i den paragrafen. Siden S;i er en egenskapsstruktur følger naturligvis fra dette mer generelle teoremet at

(ii) U(Ekv;(S;i)) = C(E(S;i))

Fra dette, Teorem 6.3.1 og Teorem 6.3.3 følger umiddelbart den følgende sats som åpenbart gir en ikke-triviell karakteristikk av mengden av de intensjonale utsagn:

Teorem 6.3.4 U(EInt) = C(IElem)

Med andre ord er de utsagnene som er bestemt av ekvivalensrelasjonen EInt identisk med den minste mengden av utsagn som inneholder de intensjonale elementærutsagn og som er lukket under negasjon og uendelig konjunksjon.

Det er også mulig å gi en annen karakteristikk av de intensjonale utsagnene. Vi viste i §2 at det følgende holder for enhver egenskapsstruktur S:

U(Ekv;S) = Mg(x: xêU & (μ(x)= ø v (EH)(HêHend*(S) & j(H) = μ(x))))

Siden dette gjelder for alle egenskapsstrukturer gjelder det også for den spesielle egenskapsstrukturen S;i. Vi har derfor:

(iii) U(Ekv;(S;i)) = Mg(x: xêU & (μ(x)= ø v
(EH)(HêHend*(S;i) & j(H) = μ(x))))

Fra dette og Teorem 6.3.1 følger åpenbart

Teorem 6.3.5

© Morten Rognes 2011

U(EInt) = Mg(x: xêU & (μ(x)= ø v (EH)(HêHend*(S;i) & j(H) = μ(x))))

Heller ikke dette kan sies å være et trivielt resultat. Det gir en altså en karakteristikkk av de intensjonale utsagnene som - om den ikke er spesielt opplysende - tross alt må sies å være av en karakter som ikke kan sies å være opplagt.

III

§7 Muligheter når det gjelder forholdet mellom mengden av fysiske og mentale utsagn

Som vi har sett har tre utsagnsmengder blitt presist avgrenset innenfor rammen av TMF. Det dreier seg for det første om mengden av fysiske utsagn, utsagnsmengden bestemt av ekvivalensrelasjonen EFys. Vi betegner denne mengden med U(EFys). For det andre dreier det seg om mengden av mentale utsagn. Dette er utsagnsmengden bestemt av EMen, det vil si U(EMen). Tilslutt har vi også avgrenset en mengde av utsagn, de såkalte intensjonale utsagn. Dette er utsagnsmengden bestemt av ekvivalensrelasjonen EInt, med andre ord U(EInt).

Som man har sett har vi brukt adskillig tid, plass og energi på å karakterisere disse utsagnsmengdene på andre måter. Vi har for eksempel sett at mengden av de fysiske utsagn er identisk med den minste mengden av utsagn som inneholder de fysiske elementærutsagn og som er lukket under negasjon og konjunksjon. Dessuten har vi vist det til ethvert konsistent fysisk utsagn u finnes en fysisk hendelse i vid forstand, H, som er slik at mengden av alle de verdener hvor H foreligger realisert er identisk med sannhetsmengden til u. Vi viste også det omvendte, nemlig at dersom H er en fysisk hendelse i vid forstand finnes det et konsistent fysisk utsagn u som er slik at sannhetsmengden til u er identisk med mengden av alle de verenene hvor H foreligger realisert. Tilsvarende resultater ble bevist i forbindelse med mengden av mentale utsagn og mengden av intensjonale utsagn.

En ting er å karakterisere en mengde på en bestemt måte. Dette kan være interessant nok. En annen ting er å avgjøre hvordan disse tre hovedkategoriene av utsagn, de fysiske, de mentale og de intensjonale er relatert til hverandre. Når det gjelder to vilkårlige ikke-tomme mengder a og b er det som bekjent nøyaktig fem muligheter. For det første kan a være strengt inkludert i b. For det andre kan b være strengt inkludert i a. Den tredje muligheten er at de to mengdene er identiske. Den fjerde muligheten er at a og b er disjunkte, dvs. uten felles elementer. Tilslutt har man den muligheten at a og b overlapper, dvs. at det finnes elementer som både er med i a og b, men det finnes også elementer i a fratrukket b, og det finnes elementer i b fratrukket a.

I det følgende skal vi hovedsakelig se på forholdet mellom de fysiske utsagn og de mentale utsagn. Før vi går videre er det imidlertid hensiktsmessig å fremsette noen forbemerkninger. U(EFys) og U(EMen) har nødvendigvis to elementer felles, nemlig det kontradiktoriske utsagnet k, dvs. det utsagnet som er usant i alle verdener, og det nødvendige (tautologiske) utsagn t som er det utsagnet som er sant i alle mulige verdener. I det følgende bruker vi U;k(EFys) for å betegne mengden av de utsagn i U(EFys) som hverken er identiske med det tautologiske utsagn eller identiske med det kontradiktoriske utsagn. U;k(EFys) er altså mengden av de *kontingente* fysiske utsagn. Tilsvarende er U;k(EMen) og U;k(EInt) henholdsvis mengden av de kontingente mentale utsagn og mengden av de kontingente intensjonale utsagn.

La oss nå i første omgang begrense oss til å sammmenligne U;k(EFys) og U;k(EMen).

© Morten Rognes 2011

Siden disse mengdene begge er ikke-tomme kan vi skille mellom de fem mulighetene som ble nevnt ovenfor. Siden disse mulighetene gjensidig utelukker hverandre kan man spørre om hvilken av dem som faktisk foreligger. Dette er naturligvis et vanskelig spørsmål. Det kan neppe avgjøres på noen ukontroversiell måte. Man kan imidlertid bemerke at dersom man finner gode argumenter mot to eller flere av disse alternativene har man i kraft av dette gitt tilsvarende gode argumenter for disjunksjonen av de resterende alternativene. Hvis man holder seg til den rekkefølge av alternativene som ble nevnt ovenfor kan det nevnes at vi skal presentere, i våre øyne, ganske sterke argumenter mot de tre første alternativene. Dette innebærer at man blir stående igjen med de to siste. Det virker imidlertid som om det er svært lite som taler for det siste alternativet. Det alternativet som derfor virker mest tiltrekkende på oss er derfor den tese at mengden av de kontingente fysiske utsagn og mengden av de kontingente mentale utsagn ikke har noen felles elementer. Dette innebærer at det mentale ikke kan reduseres til det fysiske eller omvendt. I sin tur innebærer dette at ingen mentale hendelser kan identifiseres med fysiske hendelser og at ingen mentale objekter kan identifiseres med noe fysisk objekt. Dette er imidlertid et standpunkt som det ikke er noen grunn til å dogmatisk insistere på. Fra de formelle resultater vi fremlegger her kan man ikke slutte at dette standpunkt er riktig. Tesen om at U;k(EFys)ΩU;k(EMen)=ø fremtrer imidlertid som en interessant mulighet.

Langt viktigere enn å forsøke å avgjøre dette spørsmålet er det etter vår mening å undersøke hva disse mulighetene innebærer. Dette innebærer at vi for hver og en av disse fem mulighetene er interessert i hva som er implisert av dem, hva som impliserer dem og hvordan de kan reformuleres på forskjellige ikke-trivielle måter. Det er dette vi hovedsakelig vil gjøre i denne paragrafen og dens underparagrafer. La oss kommentere de enkelte mulighetene og skissere de resultatene vi har kommet frem til før vi tar fatt på detaljene.

(i) Den første muligheten når det gjelder forholdet mellom U;k(EFys) og U;k(EMen) er at U;k(EMen) SInkl U;k(EFys).[19] Denne tesen impliserer naturligvis at

---

19 Det er naturligvis mulig å formulere andre teser om superveniens enn dem vi betrakter her. I Kim [1], s 10, formuleres et superveniens-prinsipp som det ikke er helt enkelt å formulere innenfor vår ramme. For å nærme seg det Kim har i tankene kunne man muligens studere den følgende relasjon over I:

FEkv;x(w1,w2) <-> (Az)(Legem(z,x,w1) <-> Legem(z,x,w2))

Man bør bemerke at denne relasjonen er en ekvivalensrelasjon. På den annen side har man ikke uten videre at (1) EFys Inkl EFys;x. Dette er fordi EFys er definert uten noen henvisning til predikatet "Legem". Antar man derimot at

EFys(w1,w2) ->
(Ax)(Az)(Legem(z,x,w1) <-> Legem(z,x,w2))

ser man at (1) holder trivielt. Man har, dersom Legem(z,x,w), at z er et fysisk objekt. Et fysisk objekt i vår betydning har et tidsområde. Dette er en mengde med tidspunkter, og er x et fysisk objekt, er tidsområdet til x, la oss betegne det med Td(x) definert ved:

Td(x) = Mg(t: têT & (Ey)(<y,t>êDom(x)))

La os nå se på følgende relasjon definert ved:

EMen;<x,X>(w1,w2) <->
(At)(Ay)(têX -> (Frem;w1(y,x,t) <-> Frem;w2(y,x,t)))

der det forutsettes at X Inkl T, xêP og at w1,w2 er vilkårlige mulige verdener.

Poenget med disse overveielsene er bare å formulere en supervenienstese som er nærmere relatert til den Kim nevner i sin bok. La oss forkorte termen

"Mg(w: wêI & xêP & X<>ø &X= Td((iz)Legem(z,x,w)))"

med "C(x,X)". Man kunne da foreslå følgende tese som en som ligger forholdsvis nært opp til Kims:

Tese w,w'ê C(x,X) ->
Fekv;x(w,w') -> EMen;<x,X>(w,w')

Det forutsettes at dette skal holde generelt for alle x,X og alle mulige verdener w,w'. Det bør noteres at denne

© Morten Rognes 2011

U(EMen) Inkl U(EFys) som er den tesen vi undersøker i §7.1 og denne paragrafens underparagrafer. Som det fremgår av resultatene i §3 har vi at U(EMen) Inkl U(EFys) er ekvivalent med at EFys Inkl EMen. Dette innebærer i sin tur at dersom to verdener er fysisk ekvivalente, det vil si har nøyaktig den samme fysiske totalhistorie, er de også mentalt ekvivalente, det vil si har den samme totale mentale historie. Dette har som konsekvens at det totale fysiske hendelsesforløpet i en mulig verden bestemmer entydig det totale mentale hendelsesforløpet. Man kunne uttrykke dette ved å si at det mentale logisk sett er supervenient i forhold til det fysiske. Når det gjelder denne tesen gjør vi hovedsakelig det følgende. For det første formulerer vi presist en korrelasjonsteori, og en enda sterkere identitetsteori, om forholdet mellom det mentale og det fysiske og gir et eksakt bevis for at disse teoriene impliserer den logiske supervenienstesen. Dette skjer i §7.1.1. For det andre formulerer vi (innenfor rammen av TMF) to andre teser som vi viser, gitt visse forutsetninger, er ekvivalente med tesen U(EMen) Inkl U(EFys). Disse ekvivalensresultatene som presenteres i §7.1.2 er av en ikke-triviell natur. Endelig presenterer vi i §7.1.3 visse argumenter mot denne tesen. Sentralt her er et "forskyvningsargument", som man kunne kalle det, som virker originalt.

(ii) Den andre muligheten er at de kontingente fysiske utsagnene er en ekte delmengde av de kontingente mentale utsagnene. Hvis denne tesen holder kan man si at den totale mentale historien i en mulig verden w bestemmer entydig den totale fysiske historien i verdenen w. Tesen kan uttrykkes slik: U;k(EFys) SInkl U;k(EMen). Det er klart at denne påstanden impliserer U(EFys) Inkl U(EMen). Tesen representerer en form for fenomenalisme, men av en annen og tilsynelatende svakere art enn den man finner hos de britiske empirister, eller den typen fenomenalisme som kommer til uttrykk i Carnaps verk "Der logische Aufbau der Welt". Vi tar denne tesen opp til drøftelse i §7.2. Man kan ikke si at påstanden intuitivt sett er særlig plausibel. Vi presenterer hovedsakelig to argumenter mot tesen. For det første viser vi at tesen er uforenelig med den påstand at det til enhver konsistent mengde med mentale utsagn Δ finnes minst tellbart uendelig mange maksimalt konsistente rent fysiske teorier som er kompatible med Δ. Dette er i seg selv ikke avgjørende, men vi viser også at tesen impliserer at dersom C er mengden av alle de verdener der ingen individer har noen mentale inntrykk ved noe tidspunkt så har alle disse verdnene, den samme, entydig fastlagte fysiske totalhistorie. Dette er patent absurd. Vi viser også at tesen U;k(EFys) Inkl U;k(EMen) impliserer en rekke lignende, like eiendommelige, påstander.

(iii) Den tredje muligheten som ble nevnt ovenfor er at U;k(EFys)=U;k(EMen). Man ser at denne tesen impliserer U(EFys) = U(EMen) som i sin tur impliserer U(EFys) Inkl U(EMen). De argumenter som vi nevnte rett ovenfor i forbindelse med tesen om at de fysiske utsagn er en delmengde av de mentale kan derfor uten videre trekkes inn her. Hvis tesen som ble omtalt under punkt (ii) ikke virker særlig tiltrekkende, bør man i enda mindre grad føle seg tiltrukket av den foreliggende påstand. Vi kommenterer denne påstanden litt nærmere i §7.3.

(iv) Den fjerde muligheten som ble antydet ovenfor er U;k(EFys)ΩU;k(EMen)=ø. Hvis man er av den mening at de tre alternativene som vi så langt har omtalt er uakseptable gjenstår denne muligheten eller den vi skal omtale under punkt (v). Tesen U;k(EFys)ΩU;k(EMen)=ø innebærer, som man ser, at det ikke finnes noen kontingente mentale utsagn som er fysiske og ingen kontingente fysiske utsagn som er mentale. De to utsagnsmengdene har med andre ord ingen felles elementer. Dette innebærer at intet rent

tesen er usammenlignbar i styrke med tesen EFys Inkl EMen.

© Morten Rognes 2011

fysisk begrep kan defineres ved hjelp av rent mentale begreper. Tesen impliserer videre at ingen rent fysisk hendelse kan foreligge realisert i nøyaktig de samme mulige verdenene som noen mental hendelse, og omvendt. Man kan også, om enn noe grovt, si at den foreliggende tese innebærer at det mentale ikke kan reduseres til det fysiske, og at det fysiske ikke kan reduseres til det mentale.

Denne tesen diskuteres i §7.4. Hovedresultatet i den paragrafen er et teorem som gir en alternativ karakteristikk karakteristikk av denne tesen. Vi skal kort skissere hva dette teoremet går ut på. Anta aêEMen*. Vi konstruerer da en viss sekvens Γ;n(a) (n>=0) der vi har at Γ;0(a)={a}, og hvor vi har for hver nêN at Γ;n(a) er en mengde av mengder av mulige verdener. Sekvensen er induktivt definert, slik at hvert ledd i sekvensen er definert ved hjelp av det foregående. Det viktigste resultatet i §7.4 er at U;k(EFys)ΩU;k(EMen)=ø holder hvis og bare hvis vi har UN(UN/nêN/(Γ;n(a)))=I for ethvert element aêEMen*. Man behøver imidlertid ikke ta utgangspunkt i et element i EMen*. Man kan definere Γ;n(a) også for elementer aêEFys* og vise at U;k(EFys)ΩU;k(EMen)=ø hvis og bare hvis man har UN(UN/nêN/(Γ;n(a)))=I for alle elementer a der aêEFys. I tillegg til dette resultatet, som ikke er trivielt, beviser vi også en rekke andre satser som gir en ytterligere karakteristikk av dette alternativet.

Tilslutt i dette avsnittet betrakter vi også visse teser som er sterkere enn U;k(EFys)ΩU;k(EMen)=ø. Tillater vi oss å betegne mengden av alle mentale totalhistorier som foreligger realisert i en eller annen verden med M;h, og mengden av alle fysiske totalhistorier som foreligger realisert i en eller annen verden med F;h, er en av påstandene som betraktes denne: For ethvert par <m,f>ê(M;h xF;h) finnes det en logisk mulig verden hvor både totalhistorien m og totalhistorien f foreligger realisert. Dette er en svært sterk antagelse. Den innebærer at intet kontingent mentalt utsagn kan implisere noe kontingent fysisk utsagn eller omvendt. Dette impliserer åpenbart at U;k(EFys)ΩU;k(EMen)=ø, men denne sistnevnte tesen utelukker ikke på noen måte at ethvert kontingent mentalt utsagn kan implisere talløse fysiske utsagn. Kort sagt utelukker ikke U;k(EFys)ΩU;k(EMen)=ø at det logiske nettverk av forbindelser mellom mentale og fysiske utsagn kan være ytterst forgrenet og fintnervet. Men den sterke uavhengighetstesen som ble nevnt utelukker et slikt nettverk av implikasjoner. En hvilken som helst kontingent og konsistent fysisk teori er logisk sett forenelig med en hvilken som helst konsistent teori bestående av mentale utsagn om denne tesen er riktig.

(v) Den siste muligheten når det gjelder forholdet mellom U;k(EFys) og U;k(EMen) er at mengdene overlapper, men at det er slik at hver av mengdene inneholder sine særegne elementer. Tesen er med andre ord at

U;k(EFys)ΩU;k(EMen)≠ø
& (U;k(EFys) - U;k(EMen))≠ø & (U;k(EMen) - U;k(EFys))≠ø

Vi tar opp denne påstanden til drøftelse i §7.5. Det virker som om man kan bevise karakteriseringsteoremer for denne tesen som er analoge med de teoremene som ble skissert under punkt (iv). Tesen har derfor en viss interesse fra en rent logisk synsvinkel. På den annen side virker ikke tesen spesielt plausibel. Man kan få et inntrykk av inkonsekvens når man betrakter den. Hvis noen mentale utsagn er fysiske, hvorfor kan ikke da alle være det? Hvorfor tar man ikke, som visse fysikalister gjør, skrittet fullt ut og ser på alle de mentale utsagn som en delmengde av de fysiske? Og fremfor alt, hvilke eksempler kan man egentlig

© Morten Rognes 2011

gi på mentale utsagn som ikke er fysiske?

Dette avslutter vår gjennomgåelse av de mulighetene som finnes når man betrakter mengdene U;k(EFys) og U;k(EMen). Vi har imidlertid ikke bare omtalt disse to mengdene tidligere, men også tatt i betraktning mengden av intensjonale utsagn U(EInt). Når det gjelder forholdet mellom de intensjonale utsagn og de fysiske vil dette i mange henseende være analogt med forholdet mellom U(EMen) og U(EFys). Man kan for eksempel vise karakteriseringsteoremer for tesen U(EInt) Inkl U(EFys) som er helt analoge med dem som vi i §7.1.2 viser for U(EMen) Inkl U(EFys). Man kan også formulere argumenter mot U(EFys) Inkl U(EInt) som er minst like tvingende som de tilsvarende mot U(EFys) Inkl U(EMen). Tilsvarende bemerkninger kan gjøres i forbindelse med tesen U(EFys) = U(EInt). Denne tesen representerer en slags "idealisme", om enn av et nokså uvanlig slag.

Når det gjelder U;k(EInt)ΩU(EFys)=ø kan man vise teoremer av nøyaktig samme type som U;k(EFys)ΩU;k(EMen) =ø. Studerer man beviset for det karakteriseringsteoremet som er hovedresultatet i §7.4 vil man se at man lett kan endre dette slik at man får et tilsvarende teorem for tesen U;k(EInt)ΩU(EFys)=ø. Det samme gjelder tesen om at U;k(EFys) overlapper[20] med U;k(EInt). Et karakteriseringsteorem av samme type som det teorem vi viser i§7.5 kan lett formuleres og bevises for denne tesen.

Vi har ikke detaljert tatt opp til drøftelse forholdet mellom U;k(EMen) og U;k(EInt). Dette kunne vi ha gjort, men av plasshensyn har vi hoppet over dette. Det virker imidlertid plausibelt å hevde at like lite som man kan identifisere de mentale utsagn med en delmengde av de fysiske, kan man identifisere de intensjonale utsagn med en delmengde av de mentale. I våre øyne er kanskje det mest plausible å anse U;k(EInt) og U;k(EMen) for å være disjunkte.[21]

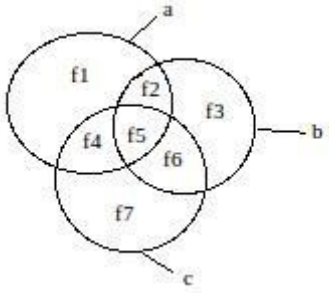
§7.1 De mentale utsagn er en delmengde av de fysiske

Vi skal i dette avsnittet drøfte tesen U(EMen) Inkl U(EFys). Dette vil skje i underparagrafene §7.1.1 - §7.1.2. Vi vil først formulere to teser om forholdet mellom det mentale og det fysiske. For det første formulerer vi en tese som sier at det er en korrelasjon mellom det fysiske og det mentale. Denne tesen kaller vi korrelasjonstesen. Dessuten formulerer vi en tese som hevder at det er identitet mellom bevissthetsinntrykk og fysiske prosesser. Denne tesen kaller vi identitetstesen. Vi viser at identitetstesen impliserer korrelasjonstesen som i sin tur impliserer U(EMen) Inkl U(EFys). I tillegg betrakter vi endel teser som er relatert til dem vi har omtalt. Disse temaene tas opp i §7.1.1

---

20 I det følgende bruker vi uttrykket "mengden a over lapper med mengden b" synonymt med "aΩb≠ø & (a-b)≠ø & (b-a)≠ø"

21



Har man tre ikke-tomme mengder a,b,c kan de være relatert til hverandre på i alt 121 mulige måter. Av figuren ser man at hvert og ett av feltene f1-f7 kan være tomt eller ikke-tomt. Det er derfor i alt 2^7=128 muligheter. Siden a,b og c er ikke-tomme er imidlertid syv av disse mulighetene ekskludert. Man står derfor igjen med 121 muligheter. Det altså 121 muligheter for hvordan U;k(EFys), U;k(EMen) og U;k(EInt) kan være relatert. Det sier seg selv at det ville være en formidabel oppgave å gi en detaljert drøftelse av hver eneste en av alle disse mulighetene.

© Morten Rognes 2011

I §7.1.2 behandler vi først tesen U(EInt) Inkl U(EFys) og en relatert, langt svakere tese. I forbindelse med U(EInt) Inkl U(EFys) formulerer vi to andre påstander som vi viser at er ekvivalente med denne under visse nærmere spesifiserte forutsetninger. Vi viser resultater av lignende art for den svakere tesen. Dernest tar vi for oss tesen U(EMen) Inkl U(EFys) og viser at også denne under visse forutsetninger er ekvivalent med to andre teser vi formulerer. De seks teoremene vi formulerer er hovedresultatene i dette avsnittet.

I §7.1.3 beviser et teorem som viser at tesen U(EMen) Inkl U(EFys) under visse forutsetninger er gal. Et tilsvarende teorem kan vises i forbindelse med tesen U(EInt) Inkl U(EFys). Vi fremsetter også endel betraktninger som antyder den mulighet at selvom det mentale ikke logisk sett behøver å være supervenient i relasjon til det fysiske kan det likevel være slik at det mentale kausalt sett er det.

§7.1.1 Korrelasjon og identitet mellom bevissthetsinntrykk og fysiske prosesser.

I dette avsnittet skal vi se på hovedsakelig to teser om forholdet mellom bevissthetsinntrykk og fysiske prosesser i legemet. Den første tesen hevder at det finnes en korrelasjon mellom de bevisthetsinntrykk som fremtrer for individet x ved et tidspunktet t i verdenen w og en delmengde av de fysiske prosesser som finner sted i legemet til individet x ved tidspunktet t. Den andre tesen hevder at de bevissthetsinntrykk som fremtrer for x ved tidspunktet t rett og slett er en delmengde av de fysiske prosesser som finner sted i legemet til x ved dette tidspunkt og at det derfor er en identitet mellom bevissthetsinntrykk og fysiske prosesser.

Aller først vil vi under punkt (a) i dette avsnittet minne om definisjonen av visse begrepsdannelser vi har nevnt tidligere, samt definere presist hva vi forstår ved en fysisk prosess i legemet til en person. Dernest skal vi behandle korrelasjonstesene vi vil betrakte under punkt (b). Vi drøfter identitetstesene under punkt (c), og endelig vil vi ta opp visse svakere korrelasjonsteser under punkt (d).

(a) I det følgende betegner S mengden av alle de logisk mulige momentane bevissthetsinntrykk. Mer nøyaktig er S definert slik:

(i) $S = Mg(y: (Ew)(Et)(Ex)(w\hat{e}I \,\&\, t\hat{e}T \,\&\, x\hat{e}P \,\&\, Frem;w(y,x,t)))$

La oss videre minne om at FO betegner mengden av fysiske objekter. Man husker at vi tidligere definerte predikatet "x er et fysisk objekt", som vi forkortet med "FO(x)", ved:

(ii) $FO(x) \leftrightarrow Func(x) \,\&\, \emptyset \neq Dom(x)$ Inkl $D;pxT \,\&\, Rgn(x)$ Inkl T

Mengden av fysiske objekter, FO, er da selvfølgelig definert ved $FO = Mg(x: FO(x))$. Vi minner også om hva det vil si at et fysisk objekt i denne betydning foreligger realisert, eller eksisterer, i verdenen w. Som tidligere nevnt bruker vi "FOE(x,w)" som forkortelse for predikatet " Det fysiske objektet x eksisterer i verdenen w". Definisjonen av dette predikatet er da, som man sikkert husker, denne:

(iii) $FOE(x,w) \leftrightarrow .\ w\hat{e}I \,\&\, FO(x) \,\&$
$(Ay)(At)(\langle y,t\rangle \hat{e} D;pxT \rightarrow x(y,t) = (iz)(Pos;w(z,x,t)))$

© Morten Rognes 2011

I forbindelse med disse begrepene skal vi også innføre ytterligere noen begreper som vi har bruk for i denne paragrafen og i den følgende. Siden fysiske objekter har varighet i tid og derfor kan oppfattes som prosesser kan man definere mengden av alle de fysiske prosesser som finner sted i legemet til individet x i verdenen w, ProsL(x,w) ved:

(iv) $\quad ProsL(x,w) = Mg(z:\ FO(z) \ \&\ (Er)(Legem(r,x,w) \ \&\ z\ Inkl\ r))$

Man bør huske på at et fysisk objekt x er en del av et annent fysisk objekt y hvis og bare hvis x Ink y .[22]

Et fysisk objekt der tidsområdet til objektet er nøyaktig ett tidspunkt skal vi kalle for et momentant fysisk objekt. Det vil følgelig være et objekt z der vi har at

$FO(z) \ \&\ Mg(t: t \hat{e} T \ \&\ (Ey)(<y,t> \hat{e} z)) = \{t'\}$

for noe t'êT. Man kan altså si at et momentant fysisk objekt z er et fysisk objekt som foreligger realisert ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis z eksisterer i verdenen w og man har Dom(z)"V = {t}. Vi definerer mengden av alle de momentane fysiske prosessene som finner sted i legemet til individet x ved tidspunktet t i verdenen w, ProsL;w(x,t), ved:

(v) $ProsL;w(x,t) = Mg(z: FO(z) \ \&\ Dom(z)"V = \{t\} \ \&\ (Er)(Legem(r,x,w) \ \&\ z\ Inkl\ r))$

La oss før vi går videre nevne den følgende sats som oppsummerer endel enkle fakta angående de begrepene som vi har omtalt så langt:

Teorem 7.1.1.1 Man har at følgende holder:

(i) $y \hat{e} ProsL(x,w) \ \&\ x \hat{e} P \ \&\ w \hat{e} I \rightarrow FOE(y,w)$

(ii) $y \hat{e} ProsL;w(x,t) \ \&\ t \hat{e} T \ \&\ x \hat{e} P \ \&\ w \hat{e} I \rightarrow FOE(x,w)$

(iii) $FOE(x,w) \ \&\ \emptyset \neq y\ Inkl\ x. \rightarrow FOE(y,x)$

(iv) $FO(x) \ \&\ \emptyset \neq y\ Inkl\ x\ . \rightarrow FO(y)$

(b) I språket til teorien TMF har vi ikke inkludert den følgende konstruksjon:

(1) "k er det fysiske korrelatet til det momentane bevissthetsinntrykket y som fremtrer for x ved tidspunktet t i verdenen w" - "Fys(k,y,x,t,w)"

Vi skal nå anta at språket til TMF er utvidet med dette predikat. Konstruksjonen er naturligvis temmelig komplisert og kan sikkert forekomme problematisk i visse henseende. Vi skal imidlertid anta at den intuitivt sett gir forholdsvis klar mening. Hvis vi går ut fra at den har mening virker følgende to formler svært rimelige:

F1 $\quad Fys(k,y,x,t,w) \rightarrow Frem;w(y,x,t) \ \&\ w \hat{e} I$

F2 $\quad Fys(k,y,x,t,w) \rightarrow (E!k)(Fys(k,y,x,t,w))$

22 Se i denne forbindelse avsnittet om fysiske objekter, §4.1

© Morten Rognes 2011

Den første formelen uttrykker at dersom k er det fysiske korrelatet til bevissthetsinntrykket y som fremtrer for x ved tidspunktet t i verdenen w så har man for det første at y er et bevissthetsinntrykk som fremtrer for x ved tidspunktet t i verdenen w, og for det andre at w er en mulig verden. Begge dele virker svært rimelig i lys av lesemåten til predikatet "Fys(y,x,t,w)".

Den andre formelen sier litt forenklet at dersom k er det fysiske korrelatet til det momentane bevissthetsinntrykket y så er k entydig bestemt. Det kan altså ikke finnes to distinkte objekter k og k' som begge er korrelatet til det samme bevissthetsinntrykk. Også dette synes å være rimelig om man holder seg til lesemåten av predikatet vi har innført.

Også de følgende formler virker plausible utfra den betydning som det er rimelig å tillegge Fys(k,y,x,t,w):

F3 Frem;w(y,x,t) → (Ek)(Fys(k,y,x,t,w))
F4 Fys(k,y1,x,t,w) & Fys(k,y2,x,t,w) → y1=y2
F5 Fys(k,y,x,t,w) → kêProsL;w(x,t)

La oss kort kommentere hva disse tre formlene sier. Den første sier, litt forenklet, at dersom y er et momentant bevissthetsinntrykk som fremtrer for x ved tidspunktet t (i verdenen w) så vil det finnes noe som er det fysiske fysiske korrelatet til dette bevissthetsinntrykket som fremtrer for x. Det er vanskelig å se at det kan reises noen alvorlige innvendinger mot dette.

Den andre av disse tre formlene uttrykker at dersom k er det fysiske korrelatet til de momentane bevissthetsinntrykkene y1 og y2 så må y1 og y2 være identiske. Dette synes også å ligge innbakt i enhver rimelig tolkning av korrelasjonspredikatet vi har innført. Hensikten er nettopp at det skal finnes en en-entydig korrespondanse mellom elementene i mengden av alle de momentane bevissthetsinntrykk som fremtrer for x ved t og visse momentane fysiske prosesser som finner stede i legemet til x ved dette tidspunkt. I så fall kan ikke en av disse fysiske prosessene være korrelatet til to eller flere bevissthetsinntrykk.

Den tredje formelen uttrykker at dersom k er det fysiske korrelatet til det momentane bevissthetsinntrykket y som fremtrer for x ved tidspunktet t så er k en momentan fysisk prosess som finner sted i legemet til x ved tidspunktet t. Også dette virker rimelig utfra den tolkningen av korrelasjonspredikatet som det er naturlig å ha i tankene.

Vi tenker oss nå teorien TMF utvidet med dette nye korrelasjonspredikatet (1). Man må da ta med alle nye instanser av replacementaksiomet og utsondringsaksiomet som nye ikke-logiske aksiomer i teorien, men utover dette utvides ikke TMF med noen nye ikke-logiske aksiomer. Denne utvidelsen av TMF skal vi betegne med TMF*.

Vi skal i det følgende betegne konjunksjonen av de universelle lukningene av formlene F1 - F5 med "H". Som det fremgår av det vi nettopp har sagt er H ikke noe nytt ikke-logisk i TMF*. Formelen vil kun forekomme som en hypotese i noen av våre teoremer.

Anta nå at xêP, têT og wêI. Da definerer vi funksjonen G(x,t,w) på følgende måte:

Definisjon 7.1.1.1
G(x,t,w) = Mg(<y,k>: Fys(k,y,x,t,w))

Gitt denne definisjonen kan man vise at det følgende teorem holder:

Teorem 7.1.1.2 (TMF*) Anta H holder og at xêP & wêI. Anta videre at (Ey)Frem;w(y,x,t).

© Morten Rognes 2011

Da har man
(i) G(x,t,w) er en en-entydig funksjon
(ii) Dom(G(x,t,w)) = Mg(y: Frem;w(y,x,t))

Bevis: Anta forutsetningen i satsen holder. Vis skal først vise at G(x,t,w) er en funksjon. Anta derfor at (1) <y,k1>, <y,k2>êG(x,t,w) med det for øye å vise at k1=k2. Fra (1) og definisjonen av G(x,t,w) følger da:

(2) Fys(k1,y,x,t,w) & F(k2,y,x,t,w)

Men fra dette følger umiddelbart ved hjelp av den andre konjunkten i H at k1 = k2. Dette viser at G(x,t,w) er en funksjon.

Det er også nødvendig å vise at G(x,t,w) er en-entydig. Anta derfor <y1,k>, <y2,k>êG(x,t,w). Ved hjelp av definisjonen av G(x,t,w) har man da:

(3) Fys(k, y1,x,t,w) & Fys(k, y2,x,t,w)

Men fra dette og den fjerde konjunkten i H følger åpenbart det vi ønsker, nemlig y1=y2.

Anta nå for vilkårlig z at zêDom(G(x,t,w)). I lys av definisjonen av hva som menes med domenet til en funksjon har man da at det finnes k slik at <z,k>êG(x,t,w). Fra dette og definisjonen av G(x,t,w) følger Fys(k,z,x,t,w). Dette og den første konjunkten i H impliserer Frem;w(z,x,t,). Herav følger så zêMg(y: Frem;w(y,x,t)). Anta på den annen side at Frem;w(z,x,t). Ved hjelp av den tredje konjunkten i H følger det da at det finnes k der man har Fys(k,z,x,t,w). Fra dette og definisjonen av G(x,t,w) følger at man har <z,k>êG(x,t,w), og derfor zêDom(G(x,t,w)). Dette gir en et fullstendigbevis for påstanden. **QED**.

Man kan erstatte forbeholdet (Ey)Frem;w(y,x,t) med <x,t>êPxT. Har man da at (Ey)Frem;w(y,x,t) følger satsen som ovenfor. Har man ¬(Ey)Frem;w(y,x,t) følger det at Mg(y: Frem;w(y,x,t)) = ø. Men på den annen side har man da også i kraft av den første konjunkten i H at G(x,t,w) = ø. Siden nullmengden åpenbart er en en-entydig funksjon følger det at satsen holder i dette tilfellet.

Det skulle være klart at hypotesen H i en hvis forstand impliserer at "sjelen" ikke er uavhengig av legemet, i det minste hvis man definerer "sjelen" som det et momentant bevissthetsinntrykk fremtrer for. Man har faktisk at H impliserer at dersom y er et momentant bevissthetsinntrykk som fremtrer for x ved et eller annet tidspunkt t i verdenen w så har x et legeme i denne verden:

Teorem 7.1.1.3 (TMF*) Anta H holder. Da gjelder:
(Ey)Frem;w(y,x,t) → (Ez)(Legem(z,x,w))

Bevis: Dette følger umiddelbart fra den tredje og femte konjunkten i H. **QED**.

Man kan kalle H for en korrelasjonsteori om forholdet mellom det mentale og det fysiske. Man bør imidlertid notere at denne teorien bare hevder at det er en korrespondanse mellom bevissthetsinntrykk og fysiske prosesser i legemet. Den sier intet konkret om de rent fysiske egenskaper til de fysiske prosesser som korrespondere til bevissthetsinntrykkene.

Vi skal straks vise at H sammen med visse tilleggspremisser impliserer at EFys Inkl EMen og derfor at U(EMen), mengden av de mentale utsagn, er inkludert i U(EFys), mengden av de fysiske utsagn. Det er hovedsakelig av denne grunn at vi har rettet

© Morten Rognes 2011

oppmerksomheten mot H.

Før vi viser dette nevner vi imidlertid det følgende teorem:

Teorem 7.1.1.4 (TMF*) Anta H holder og at <x,t>êPxT &wêI. Anta videre:

(i) (Aw)(Aw')(w,w'êI →
(Ay)(Frem;w(y,x,t) & G(x,t,w)(y)êProsL;w'(x,t) → Frem;w'(y,x,t)))

(ii) (Aw)(Aw')(Az)(Frem;w(z,x,t) & Frem;w'(z,x,t) →
G(x,t,w')(z) = G(x,t,w')(z))

Da gjelder:

(Ef)(f: Mg(y:Frem;w(y,x,t)) -(1-1)→ ProsL;w(x,t) &
(Az)(Frem;w(z,x,t) →
Mg(w: Frem;w(z,x,t)) = Mg(w: wêI& f(z)êProsL;w(x,t)))

Bevis: Anta forutsetningene i satsen holder. Da har man ved hjelp av Teorem 7.1.1.2 at G(x,t,w) er en en-entydig funksjon som avbilder Mg(y: Frem;w(y,x,t) inn i ProsL;w(x,t). Vi setter f= G(x,t,w). Da har vi selvfølgelig at

(1) f: Mg(y:Frem;w(y,x,t) -(1-1)→ ProsL;w(x,t)

Anta nå at (2) Frem;w(z,x,t) for vilkårlig z. Vi må vise at

(+) Mg(w: Frem;w(z,x,t)) = Mg(w: wêI& f(z)êProsL;w(x,t))

Anta derfor for vilkårlig w' at Frem;w'(z,x,t). Da har vi ved hjelp av (2) og den andre forutsetning (ii) i satsen at

G(x,t,w')(z) = G(x,t,w)(z) = f(z)

Det følger at f(z) ê ProsL;w'(x,t). Det er viktig å merke seg at vi trenger forutsetning (ii) på dette punkt. Det virker som om man ikke kan gjennomføre resonnementet om man kutter vekk denne forutsetningen.

Anta på den annen side for vilkårlig w' at f(z)êProsL;w'(x,t). Siden f= G(x,t,w) har vi da G(x,t,w)(z) = f(z). og derfor

G(x,t,w)(z)êProsL;w'(x,t). Fra dette, (2) og forutsetning (i) følger Frem;w'(y,x,t). Dette viser at (+) holder. Dermed har vi gitt et fullstendig bevis for teoremet. **QED**.

Teoremet ovenfor synes å være av mer marginal interesse.

Det følgende teorem har derimot større interesse siden det viser at H sammen med visse andre premisser impliserer at dersom to verdener er fysisk ekvivalente må de også være mentalt ekvivalente.

Teorem 7.1.1.5 (TMF*) Anta H holder og anta det følgende holder for alle <x,t>êPxT:

(i) (Aw)(Aw')(w,w'êI
(Ay)(Frem;w(y,x,t) & G(x,t,w)êProsL;w'(x,t) → Frem;w'(y,x,t)))

Anta dessuten at følgende holder:

(ii) (Aw)(Aw')(w,w'êI & <w,w'>êEFys →
(Ax)(xêP → (Az)(Legem(z,x,w) ↔ Legem(z,x,w'))))

Da gjelder:

EFys Inkl EMen

Bevis: Anta forutsetningene i satsen holder og anta for vilkårlige w1,w2 at (1) w1,w2êI &

© Morten Rognes 2011

EFys(w1,w2). Vi må da vise at EMen(w1,w2). I lys av den definisjonen vi har gitt av EMen tidligere vil det være tilstrekkelig å vise:

(2) (Ax)(Ay)(At)(xêP & têT & yêS →
(Frem;w1(y,x,t) ↔ Frem;w2(y,x,t)))

Vi viser først halvdelen mot høyre. Anta derfor at x,y,t er vilkårlige entiteter der (3) xêP & têT & yêS og der vi har (4) Frem;w1(y,x,t). På basis av H og definisjonen av G(x,t,w) følger da (5) G(x,t,w)(y)êProsL;w1(x,t). Sett per definisjon k=G(x,t,w)(y). Fra dette, (5) og definisjonen av ProsL følger da:

(6) FO(k) & Dom(k)"V = {t} & (Ez)(Legem(z,x,w1) & k Inkl z)

Fra dette, (1), (3) og forutsetning (ii) følger:

(7) FO(k) & Dom(k)"V = {t} & (Ez)(Legem(z,x,w2) & k Inkl z)

Men herav har man (8) G(x,t,w)êProsL;w2(x,t). Fra dette, (4) og forutsetningen (i) følger Frem;w2(y,x,t). Det viser at halvdelen mot høyre holder. Halvdelen mot venstre i (2) vises på en helt tilsvarende måte. **QED**.

(c) Vi skal nå se på en teori som identifiserer momentane bevissthetsinntrykk med fysiske prosesser, men før vi gjør det kan det være hensiktsmessig å minne om de grunnsetningene i TMF som har med legemer til individer å gjøre. Teorien TMF er ganske svak og forsiktig på dette punkt. De eneste aksiomene som har noe med dette å gjøre i teorien er de ikke-logiske aksiomene FYS4 og FYS5. Det første av disse aksiomene sier at dersom z er legemet til en eller annen entitet x i verdenen w så er z et fysisk objekt som eksisterer i verdenen w og w en mulig verden. Man kan ikke akkurat si at dette har karakter av å være en særlig dristig påstand. Det andre sier at bare at dersom noe z er legemet til en entitet x i verdenen w så er dette z entydig bestemt. En eller annen entitet kan altså ikke ha to forskjellig legemer i en og samme verden. Også dette kunne forekomme en rimelig.

I TMF inngår ikke noen påstand som impliserer at en person nødvendigvis må ha et legeme. Men kan i språket til teorien formulere en slik påstand, f.eks.

(L1) wêI → (Ax)(Pers(x) → (Ey)Legem(y,x,w))

Setningen sier at enhver hver person har et legeme i enhver verden. Setningen er naturligvis uforenelig med eksistensen av "imaterielle ånder" i betydningen "personer som ikke har noe legeme". L1 gjør det til et logisk nødvendig, ikke-kontingent faktum, at en person har et legeme. Det kan naturligvis diskuteres. Vi skal imidlertid ikke drøfte det nærmere akkurat her. Personlig har vi en viss sympati for tesen.

En annen påstand som relaterer personbegrepet til begrepet om et legeme er den følgende:

(L2) (Aw)(wêI → (Ax)(Pers(x) → (Ey)(Legem(y,x,w) &x=y)))

L2 er en langt sterkere tese enn L1. Den impliserer ikke bare det forhold at enhver person har et legeme, men sier enn mer at enhver person er identisk med sitt eget legeme. Siden legemer er fysiske objekter impliserer L2 at personer er rent fysiske objekter.
Man kunne ha en viss sympati for L1 siden den, om den er riktig, gjør det helt meningsløst å beskjeftige seg med immaterielle personer, ånder, sjeler og andre entiteter som av og til synes å være en slags yndlingsentiteter for mer religiøst innstilte personer. Den lar det likevel stå

© Morten Rognes 2011

åpent om en person eller et menneske er noe annet, og kanskje mer, enn et rent fysisk objekt.

Vi skal la spørsmålet om sannhetsverdien til L1 og L2 stå åpent. De nevnes hovedsakelig fordi de synes å passe ganske godt sammen med den følgende tese som sier at dersom vi har at Frem;w(y,x,t) så er y faktisk en momentan fysisk prosess som finner sted i legemet til x ved tidspunktet t i verdenen w. Tesen, som vi vil betegne med IT, kan formalisere slik:

IT Frem;w(y,x,t) → yêProsL;w(x,t)

Kombinert med L1 og L2 kunne denne tesen sies å representere en ganske dristig identitetsteori når det gjelder forholdet mellom det fysiske og det mentale. Merk at tesene L1,L2 og IT er formulert i språket til teorien TMF. Man trekker ikke inn korrelasjonspredikatet som ble nevnt ovenfor.

Det kan være av interesse å se litt nærmere på korrelasjonsteorien H og identitetsteorien representert ved IT. Definerer man en relasjon ved å sette:

C= Mg(<k,y,x,t,w>: k=y & Frem;w(y,x,t))

kan man faktisk på grunnlag av IT utlede tesene F1 - F5 om man i disse formlene erstatter "Fys" overalt med "C". Mer presist kan man vise at den følgende sats holder:

Teorem 7.1.1.6 Anta IT holder. Definer videre relasjonen C ved:
C= Mg(<k,y,x,t,w>: k=y & Frem;w(y,x,t))
Da gjelder følgende:
(i) <k,y,x,t,w>êC → Frem;w(y,x,t) & wêI
(ii) <k,y,x,t,w>êC → (E!k)(<k,y,x,t,w>êC)
(iii) Frem;w(y,x,t) → (Ek)(<k,y,x,t,w>êC)
(iv) <k,y1,x,t,w>êC & <k,y2,x,t,w>êC → y1=y2
(v) <k,y,x,t,w>êC → kêProsL;w(x,t)

Bevis: Ad (i): Anta <k,y,x,t,w>êC. Fra definisjonen av C følger da umiddelbart at Frem;w(y,x,t).

Ad (ii): Anta <k,y,x,t,w>êC. Da har man åpenbart at det finnes k slik at <k,y,x,t,w>êC. Anta det finnes to slike k, med andre ord anta <k1,y,x,t,w>êC & <k2,y,x,t,w>êC. Ved hjelp av definisjonen av C følger da k1=y =k2. Dette viser at (E!k)(<k,y,x,t,w>êC).

Ad (iii): Anta Frem;w(y,x,t). Det er da klart at man har y=y &Frem;w(y,x,t). Her av <y,y,x,t,w>êC. Fra dette følger åpenbart (Ek)(<k,y,x,t,w>êC)

Ad (iv): Anta <k,y1,x,t,w>êC & <k,y2,x,t,w>êC. Ved hjelp av definisjonen av C følger det umiddelbart fra dette at k=y1 og k=y2. Da kan man naturligvis slutte at y1=y2.

Ad (v): Anta <k,y,x,t,w>êC. Fra dette og definisjonen av C følger k=y & Frem;w(y,x,t). Fra dette har vi så ved hjelp av IT at yêProsL;w(x,t). Det følger siden k=y at kêProsL;w(x,t).

Dermed har vi gitt et detaljert og fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Det er mulig å formulere en identitestese som er noe sterkere enn IT. Vi har i tankene den

© Morten Rognes 2011

følgende tese, som vi betegner med IT*:

IT* w1,w2êI & Frem;w1(y,x,t) →
(yêProsL;w;2(x,t) ↔ Frem;w2(y,x,t))

Det skulle være åpenbart at IT* impliserer IT.

I forbindelse med tesen IT nevner vi det følgende teorem:

Teorem 7.1.1.7 Anta <x,t>êPxT & wêI og at følgende holder:
(i) (Aw)(wêI →(Ay)(Frem;w(y,x,t) → yêProsL;w(x,t)))
(ii) (Aw)(Aw')(w,w'êI →
(Ay)(Frem;w(y,x,t) & yêProsL;w'(x,t) →Frem;w'(y,x,t)))
Da gjelder:
(Ef)(f: Mg(y: Frem;w(y,x,t) - (1-1)→ ProsL;w(x,t) &
(Az)(Frem;w(z,x,t) → Mg(w: Frem;w(y,x,t)) =
Mg(w: wêI & f(z)êProsL;w(x,t))))

Bevis: Anta forutsetningen i satsen holder. Vi må konstruere en avbildning f med de egenskapene som trengs. Vi setter (1) f= Mg(<y,y>: Frem;w(y,x,t)). Dette innebærer at f rett og slett er identitetsavbildningen begrenset til mengden av de momentane bevissthetsinntrykk y som fremtrer for x ved t i verdenen w. Ved hjelp av (1) har man åpenbart at Dom(f)= Mg(y; Frem;w(y,x,t)) og at f er en-entydig. I lys av den første forutsetningen i teoremet følger det at f(y)êProsL;w(x,t) for alle yêDom(f), med andre ord at f avbilder mengden Mg(y:Frem;w(y,x,t)) inn i ProsL;w(x,t).

Det gjenstår bare å vise at f oppfyller det andre kravet i konklusjonen. Anta derfor først at (2) Frem;w(z,x,t) og for vilkårlig w'êI at (3) Frem;w'(z,x,t). Fra (3) og den forutsetning (i) i satsen følger umiddelbart z=f(z)êProsL;w'(x,t). Dette viser at Mg(w': Frem;w'(z,x,t)) Inkl Mg(w': f(z)êProsL;w'(x,t)).

Anta på den annen side at (2) holder og i tillegg at (4) f(z)êProsL;w'(x,t) for vilkårlig w'êI. Fra (2) og definisjonen av f følger f(z)=z og derfor at zêProsL;w'(x,t). Men fra dette, (2) og den andre forutsetningen i teoremet følger at Frem;w'(z,x,t). Dette viser at satsen holder. **QED**.

Satsen ovenfor har begrenset interesse. Den følgende sats virker mer interessant og viser at identitetstesen IT sammen med to tilleggspremisser impliserer at EFys er inkludert i EMen, med andre ord at den fysiske totale fysiske historien i en verden w entydig bestemmer den totale mentale historien i den samme verden.

Teorem 7.1.1.8 Anta de følgende tre påstander holder for alle <x,t>êPxT:
(i) (Aw)(wêI → (Ay)(Frem;w(y,x,t) → yêProsL;w(x,t))
(ii) (Aw)(Aw')(w,w'êI → (Ay)(Frem;w(y,x,t) →
yêProsL;w'(x,t) → Frem;w'(y,x,t)))
(iii) (Aw)(Aw')(w,w'êI & EFys(w,w') →
(Ax)(xêP → (Az)(Legem(z,x,w) ↔Legem(z,x,w'))))
Da gjelder:
EFys Inkl EMen

© Morten Rognes 2011

Bevis: Anta forutsetningene i satsen holder, at (1) w,w'êI og at
(2) EFys(w,w'). Vi må vise at EMen(w,w'). Det vil være tilstrekkelig å vise at

(3) (Ay)(Ax)(At)(yêS & xêP &têT →
(Frem;w(y,x,t) ↔ Frem;w'(y,x,t)))

Anta derfor at (4) xêP & têT & yêS for vilkårlige x,t,y. Anta dessuten at (5) Frem;w(y,x,t). Fra (5) og den første forutsetningen i satsen følger: yêProsL;w(x,t). Fra definisjonen av ProsL;w(x,t) følger herav:

(6) FO(y) & Dom(y)"V={t}&
(Ez)(Legem(z,x,w) & y Inkl z))

Fra dette, (2) og forutsetning (iii) følger:

(7) FO(y) & Dom(y)"V={t}&
(Ez)(Legem(z,x,w') & y Inkl z))

Ved hjelp av definisjonen av ProsL;w(x,t) kan man fra (7) slutte at yêProsL;w'(x,t). Fra dette, (5) og den andre forutsetningen følger så Frem;w'(y,x,t). Dette viser at den ene halvdelen av (3) holder. Den andre halvdelen vises på en helt tilsvarende måte. Dette viser at satsen holder. **QED**.

Teoremet ovenfor er igjen av en viss interesse fordi den angir en tilstrekkelig betingelse for at EFys Inkl EMen. Ved hjelp av hovedresultatet i §3 ser man at dette er ekvivalent med at U(EMen) inkl U(EFys) med andre ord at mengden av alle de mentale utsagn er inkludert i mengden av alle de fysiske utsagn.

Det bør bemerkes at identitetsteorien som er formulert ovenfor bare sier at de momentane bevissthetsinntrykk som fremtrer for et individ er fysiske prosesser i legemet til dette individet. Den innebærer ikke at man kan definere predikatet "Frem;w(y,x,t)" ved hjelp av de andre predikatene i TMF eller at man kan definere dette predikatet ved hjelp av utelukkende mengdeteoretiske, logiske og "fysiske" predikater.

En annen ting som bør nevnes er at vi i alle teoremene og tesene vi hittil har nevnt kan erstatte uttrykket "ProsL;w(x,t)", som betegner de momentane fysiske prosessene som finner sted i legemet til x ved tidspunktet t i verdenen w, med uttrykket "ProsL(x,w)" som betegner mengden av alle de fysiske prosesser som finner sted i legemet til x i verdenen w, ikke bare de momentane prosessene. Den siste mengden er naturligvis mer inklusiv enn den første.

(d) La oss aller først gjøre oppmerksom på at vi i resten av denne denne paragrafen vi bruke "φ;w(x,t)" som forkortelse for det mer kompliserte uttrykket "Mg(y: Frem;w(y,x,t))".

La oss også minne om at dersom f er en funksjon og a en mengde, betegner uttrykket "Rest(f,a)" restriksjonen av funksjonen f med domenet innskrenket til a. Uttrykket kan defineres slik:

Rest(f,a) = Mg(<x,y>: <x,y>êf & xêa)

I det følgende skal vi betrakte den følgende tese som kan minne litt om tesen H, men som er formulert helt innenfor rammen av TMF. Tesen er den følgende:

Q (Ef)(f: S -(1-1)→FO &
(Ax)(At)(Aw)(<x,t,w>êPxTxI →

© Morten Rognes 2011

Rest(f, φ;w(x,t)): φ;w(x,t) -(1-1)→ ProsL;w(x,t)) &
(Aw)(Aw')(Ax)(At)(Ay)(yêφ;w(x,t)& xêP →.
Rest(f;φ;w(x,t))(y)êProsL;w'(x,t) → yêφ;w'(x,t)))

Vi skal straks vise at denne tesen sammen med en viss tilleggspremiss impliserer at EFys Inkl EMen. Tilleggspremissen er den som har inngått i hovedteoremene vi tidligere har vist, og som vi nå betegner med L0, nemlig:

L0 (Aw)(Aw')(w,w'êI & EFys(w,w') →
(Ar)(Ax)(Legem(r,x,w) ↔ Legem(r,x,w')))

Som man ser sier denne tesen at dersom to verdener w,w' er fysisk ekvivalente, dvs. er slik at nøyaltig den samme fysiske totalhistorien foreligger realisert i dem, så har man at dersom r er det fysiske legemet til x i den ene av disse verdenene så må r også være legemet til x i den andre. Denne påstanden er kanskje ikke helt opplagt, men den virker rimelig nok. Det er imidlertid ikke mulig å utlede denne påstanden i TMF. Av denne grunn har vi føyd den til som en forutsetning i de teoremene hvor vi har hatt bruk for den.

Det vi nå skal vise er at Q og L0 sammen impliserer at EFys Inkl EMen. Vi skal med andre ord gi bevis for den følgene sats:

Teorem 7.1.1.9 Anta Q og L0 holder. Da har man:
EFys Inkl EMen

Bevis: Fra den første forutsetningen, Q. har vi at det må finnes f som oppfyller de følgende tre krav:

(1) f: S -(1-1)→FO
(2) (Ax)(At)(Aw)(<x,t,w>êPxTxI →
Rest(f, φ;w(x,t)): φ;w(x,t) -(1-1)→ ProsL;w(x,t)) &
(3) (Aw)(Aw')(Ax)(At)(Ay)(yêφ;w(x,t)& xêP →.
Rest(f;φ;w(x,t))(y)êProsL;w'(x,t) → yêφ;w'(x,t))

Anta nå for vilkårlige w1,w2 at (4) w1,w2êI & EFys(w1,w2). Vi ønsker naturligvis å vise at EMen(w1,w2). For dette formål vil det være tilstrekkelig å bevise:

(+) (Ax)(At)(<x,t>êPxT → φ;w1(x,t) = φ;w2(x,t))

Anta derfor for vilkårlige x,t at (5) <x,t>êPxT. Det må bevises at
φ;w1(x,t) = φ;w2(x,t).

Vi tar først for oss inklusjonen mot høyre. Anta for vilkårlig y at (6) yêφ;w1(x,t). Fra dette (2), (4) og (5) følger at

(7) Rest(f, φ;w1(x,t))(y)ê ProsL;w1(x,t). Fra (4), L0 og definisjonen av "ProsL;w1(x,t)" kan man slutte:

(8) ProsL;w1(x,t) = ProsL;w2(x,t). Fra dette og (7) følger Rest(f,φ;w1(x,t))êProsL;w2(x,t). Herav kan man ved hjelp av (5),(6) og (3) konkludere med at yêφ;w2(x,t).

La oss så se på inklusjonen mot venstre: Anta for vilkårlig y at (9) yêφ;w2(x,t). Fra dette, (2), (4) og (5) følger at

(10) Rest(f,φ;w2(x,t))(y)êProsL;w2(x,t). På samme måte som ovenfor ser man at (11) ProsL;w1(x,t) = ProsL;w2(x,t). Fra (10) og (11) kan man derfor slutte:

© Morten Rognes 2011

Rest(f,φ;w2(x,t))(y)ê ProsL;w1(x,t)

Herav følger så ved hjelp av (5),(9) og (3) at yêφ;w1(x,t).

Dette viser at (+) holder og dermed at satsen holder. **QED**.

Ser man på dette beviset ser man at den tredje konjunkten i konjunksjonen etter den innledende kvantoren i Q spiller en avgjørende rolle. Uten den kan man neppe gjennomføre beviset.

Det kan være bryet verdt å se litt nærmere på dette. Vi skal forkorte formlene (1) - (3) i beviset ovenfor med henholdsvis C;1(f) - C;3(f). Det bør bemerkes at dersom vi forutsetter at C;1(f) og C;2(f), samt at EFys(w1,w2) for visse w1,w2êI, kan man slutte, gitt at <x,t>êPxT, at følgende holder:

(1) Rest(f,φ;w1(x,t)): φ;w1(x,t) -(1-1)→ ProsL;w1(x,t)

(2) Rest(f,φ;w2(x,t)): φ;w2(x,t) -(1-1)→ ProsL;w2(x,t)

Videre må man ha, om man foutsetter at L0 holder:

ProsL;w1(x,t) = ProsL;w2(x,t)

Imidlertid impliserer ikke dette i seg selv φ;w1(x,t) = φ;w2(x,t). Det er i og for seg ikke noe i teorien TMF som forhindrer at, selvom vi tar L0 for gitt, at φ;w2(x,t) kan være tom, selvom φ;w1(x,t) er ikke-tom. I så fall vil Rest(f,φ;w2(x,t)) være den tomme mengden, men Rest(f,φ;w2(x,t)) vil fremdeles oppfylle kravet (2). Det er altså ikke noe som utelukker at x ikke har noen som helst bevissthetsinntrykk i w2 selvom legemet til x i verdenen w2 er identisk med legemet til x i verdenen w1. I w2 vil altså legemet til x utføre akkurat de samme virksomheter som legemet til x i verdenen w1, men i w2 vil det overhodet ikke være slik at noen som helst bevissthetsinntrykk fremtrer for x. Med andre ord fremtrer x i verdenen w2 som en ren "zombie".

Legger man til C;3(f) vil dette endre seg. Vi må da, som vi har sett, ha at φ;w1(x,t) = φ;w2(x,t) og derfor selvfølgelig at Rest(f, φ;w1(x,t)) = Rest(f,φ;w2(x,t)).

Vi skal nå vise at IT, som vi så på ovenfor under punkt (c), sammen med en tilleggspremiss impliserer Q. Vi har at IT er lukningen av den følgende formel:

(i) Frem;w(y,x,t) → yêProsL;w(x,t)

Tilleggspremissen er denne:

(ii) Frem:w(y,x,t) & yêProsL;w'(x,t) → Frem;w'(y,x,t)

Man ser forøvrig at lukningen av konjunksjonen av disse to formlene er ekvivalent med formelen IT* som vi nevnte ovenfor under punkt (c).

La oss nå vise at lukningene av (i) og (ii) sammen impliserer Q. Definer først en funksjon f0 ved å sette: f0 = Rest(Id,S). f0 er med andre ord identitetsrelasjonen begrenset til S. Det er åpenbart at f0 finnes. Vi skal skal vise at f0 oppfyller kravene C;1 - C;3 som vi nevnte tidligere.

Ved hjelp av (i) følger S Inkl FO. For anta for vilkårlig y at yêS. Da følger det ved hjelp av definisjonen av S at det finnes x,t og w slik at Frem;w(y,x,t). Fra dette og (i) følger yêProsL;w(x,t). Men det fremgår umiddelbart fra definisjonen av ProsL at ProsL;w(x,t) Inkl FO. Det følger at yêFO. Siden S Inkl FO har vi åpenbart at f0: S -(1-1)→ FO. Dette viser at vi har C;1(f0).

La oss nå se på det andre kravet:

(Ax)(At)(Aw)(<x,t,w>êPxTxI →

Rest(f, φ;w(x,t)): φ;w(x,t) -(1-1)→ ProsL;w(x,t))

© Morten Rognes 2011

Anta <x,t,w>êPxTxI for vilkårlige w,x,t. La oss betrakte Rest(f0,φ;w(x,t)). Siden f0 er en funksjon er det åpenbart at Rest(f0,φ;w(x,t)) også er det. Det er klart at domenet til Rest(f0,φ;w(x,t)) er φ;w(x,t) og at denne funksjonen er en-entydig siden f0 er det. Det eneste vi derfor behøver å vise er at Rgn(Rest(f0, φ;w(x,t))) er inkludert i ProsL;w(x,t). Anta yêRgn(Rest(f0, φ;w(x,t))) for vilkårlig y. Da har vi <z,y>êRest(f0, φ;w(x,t)) for noe z. Fra dette og definisjonen av f0 og φ;w(x,t) følger z=y & yêφ;w(x,t). Herav har vi Frem;w(y,x,t) og derfor ved hjelp av (i) at yêProsL;w(x,t). Dermed har vi vist at at f0 oppfyller kravet C;2, ie. C;2(f0)

Det gjenstår å vise at f0 oppfyller det siste kravet. Anta yêφ;w(x,t) og at Rest(f0,φ;w(x,t))(y)êProsL;w'(x,t). Vi har åpenbart på grunnlagav definisjonen at Rest(f0,φ;w(x,t))(y) =f0(y)=y. Det følger derfor at yêProsL;w'(x,t). Fra dette, det at yêφ;w(x,t) og (ii) ovenfor følger at yêφ;w'(x,t). Dette viser at vi også har C;3(f). Siden f0 åpenbart eksisterer følger det at Q holder.

Vi kan sammenfatte det vi her har bevist i den følgende sats siden vi har at IT* er ekvivalent med konjunksjonen av de universelle lukningene av (i) og (ii).

Teorem 7.1.1.10 Anta IT* holder. Da holder også Q. Med andre ord har man IT* → Q

Vi har ovenfor begrenset oss til å betrakte ProsL;w(x,t), med andre ord mengden av de momentane fysiske prosesser som finner sted ved tidspunktet t i legemet til x i verdenen w. Alt vi har skrevet ovenfor holder imidlertid med noen mindre modifikasjoner om vi istedet for ProsL;w(x,t) betrakter ProsL(x,w), det vil si mengden av alle fysiske prosesser som finner sted i legemet til entiteten x i verdenen w.

Vi skal tilslutt gi bevis for den følgende sats:

Teorem 7.1.1.11 Anta at C;1(f) - C;3(f) holder. Anta videre at <y,x,t>êSxPxT og at Mg(w: Frem;w(y,x,t)) ≠ø. Da holder:

Mg(w: Frem;w(y,x,t)) = Mg(w: f(y)êProsL;w(x,t))

Bevis: Anta forutsetningene holder. Da må det, siden Mg(w: Frem;w(y,x,t)) ≠ø finnes w slik at (1) Frem;w(y,x,t). La oss først vise inklusjonen mot høyre i konsekventen i teoremet: Anta for vilkårlig w' at Frem;w'(y,x,t). Da har vi yêφ;w'(x,t). Siden <y,x,t>êSxPxT følger det da ved hjelp av C;2(f) at f(y)=Rest(f,φ;w'(x,t))(y)êProsL;w'(x,t). Det viser inklusjonen mot høyre. Når det gjelder inklusjonen mot venstre: Anta w' er er et vilkårlig objekt slik at f(y)êProsL;w'(x,t). Fra (1) følger (2) yêφ;w(x,t). Vi har da yêS og derfor at yêDom(f) ifølge C;1(f). Det følger at yêDom(Rest(f, φ;w(x,t)) og derfor at

Rest(f,φ;w(x,t))(y)=f(y)êProsL;w'(x,t).

Fra dette, (2) og C;3(f) følger så yêφ;w'(x,t), med andre ord at Frem;w'(y,x,t). **QED**.

Det bør nevnes at vi kan bruke dette teoremet til å vise at ethvert konsistent mentalt elementærutsagn er med i U(EFys) gitt at det finnes en f som oppfyller kravene C;1(f) - C;3(f) og gitt at L0 holder. Det er av denne grunn at teoremet har en viss interesse. Dette er også grunnen til at vi nevner det.

© Morten Rognes 2011

§7.1.2 Ekvivalensresultater for tesene EFys Inkl EInt og EFys Inkl EMen

Vi skal i denne paragrafen formulere en rekke ekvivalensresultater for to teser vi tidligere har nevnt. For det første dreier det seg om påstanden EFys Inkl EInt, som innebærer at dersom to verdener er fysisk ekvivalente er de også intensjonalt ekvivalente. Denne tesen er, som vi tidligere har vist, ekvivalent med den påstand at mengden av det vi kalte intensjonale utsagn, U(EInt), er inkludert i mengden av fysiske utsagn, U(EFys). Vi vil i dette avsnittet vise to nye ekvivalensresultater for denne tesen.

For det andre dreier det seg om tesen EFys Inkl EMen, som sier at to verdener som er fysisk ekvivalente også er mentalt ekvivalente. Denne tesen er, som vi også tidligere har vist, ekvivalent med den påstand at mengden av mentale utsagn, U(EMen) er inkludert i mengden av fysiske utsagn, U(EFys). I denne paragrafen vil vi vise ytterligere to ekvivalensresultater for denne tesen.

Det er disse ekvivalensresulatene og beviset for dem som utgjør hovedinnholdet i denne paragrafen.

Vi skal starte med å studere den følgende tese som er noe svakere en påstanden at EFys Inkl EInt. Tesen er denne:

(C) $w,w'\hat{e}I \,\&\, EFys(w,w') \rightarrow$
$(Ay)(Ax)(At)(y\hat{e}U \,\&\, \langle x,t\rangle\hat{e}PxT \rightarrow (Tror;w(y,x,t) \leftrightarrow Tror;w'(y,x,t)))$

Man ser at denne påstanden sier at dersom to verdener w og w' er fysisk ekvivalente, dvs. har den samme fysiske totalhistorie, så er det slik, for alle y,x,t der y er et utsagn, x en person og t et tidspunkt, at y er et utsagn som x tror ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis det samme er tilfelle i verdenen w'. Med andre ord sier tesen at dersom to verdener er i besittelse av den samme fysiske totalhistorie vil de også være i besittelse av den samme totale troshistorie. Alt det en person tror er tilfelle ved et tidspunkt i den ene verden vil vedkommende også tro i den andre verdenen, og omvendt.

La oss før vi går videre nevne at vi i det følgende vil forutsette den påstand som vi i forrige paragraf kalte for L0. Som man husker sier denne påstanden at dersom to verdener er fysisk ekvivalente er det slik for enhver person x at det som er legemet til x i den ene verden er identisk med det som er legemet til x i den andre verdenen. Denne premissen kan formuleres slik:

L0 $(Aw)(Aw')(w,w'\hat{e}I \,\&\, EFys(w,w') \rightarrow$
$(Ax)(x\hat{e}P \rightarrow (Az)(Legem(z,x,w) \leftrightarrow Legem(z,x,w'))))$

Den tesen vi skal vise at C ovenfor er ekvivalent med, gitt visse forutsetninger som vi straks skal komme tilbake til, er den følgende ganske kompliserte påstand:

(B*) $(Ef)(f: UxPxTxI \rightarrow Mg(x: FO(x)) \,\&\,$
$(Ax)(At)(Ay)(Aw)(Aw')(w,w'\hat{e}I \,\&\, EFys(w,w') \rightarrow$
$\langle y,x,t\rangle\hat{e}UxPxT \rightarrow f(y,x,t,w) = f(y,x,t,w')) \,\&\,$
$(Ax)(Ay)(At)(y\hat{e}U \,\&\, \langle x,t\rangle\hat{e}PxT \rightarrow$
$\mu;\text{-}1(Mg(w: Tror;w(y,x,t))) =$

© Morten Rognes 2011

μ;-1(Mg(w: wêI &f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t)))))

Dette er en ganske komplisert påstand. La oss se litt nærmere på hva den sier. Man ser at B* sier at det finnes en funksjon f som oppfyller visse krav, ved nærmere inspeksjon ser man at det dreier seg om tre krav. Det første kravet er dette:

f: UxPxTxI →Mg(x:FO(x))

Dette kravet innebærer at f er en funksjon som tilordner ethvert kvadruple <y,x,t,w>, der y er et utsagn, x en person, t et tidspunkt og w en mulig verden, et fysisk objekt. Forsåvidt skulle det ikke være noe mystisk ved dette.

Det andre kravet er dette:

(Ax)(At)(Ay)(Aw)(Aw')(w,w'êI & EFys(w,w') →
<y,x,t>êUxPxT → f(y,x,t,w) = f(y,x,t,w'))

Det dette kravet innbærer er at funksjonen f ikke skal endre seg når man går fra en verden w over til en annen verden w' som er fysisk ekvivalent med w, dvs. som har nøyaktig den samme fysiske totalhistorie som w. Er med andre ord w,w' to verdener som er fysisk ekvivalente og <y,x,t> et triple i UxPxT, et vilkårlig triple av et utsagn, en person og et tidspunkt, så kreves det at verdien til funksjonen f for argumentene <y,x,t,w> og <y,x,t,w'> skal være den samme. Det skal altså være slik at f(y,x,t,w) = f(y,x,t,w'). Man kunne kanskje uttrykke dette kravet ved å si at funksjonen f skal være invariant med hensyn på fysisk ekvivalente verdener.

Det tredje kravet funksjonen f skal oppfylle er dette:

(Ax)(Ay)(At)(yêU & <x,t>êPxT →
μ;-1(Mg(w: Tror;w(y,x,t))) =
μ;-1(Mg(w: wêI &f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t))))

La oss se litt nærmere på dette kravet. Man kan tillate seg å lese "f(y,x,t,w)" som "det fysiske objektet som f assosierer med triple <y,x,t> i verdenen w". La oss så se på Mg(w: wêI &f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t)). Dette er mengden av alle de verdener w der man har at det fysiske objektet som f assosierer med triplet <y,x,t> er et objekt som inngår blandt alle de momentane fysiske objektene som inngår i legemet til x ved tidspunktet t i verdenen w.

μ;-1(Mg(w: wêI &f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t))))

er det utsagnet som er sant i nøyaktig disse verdenene og ingen andre. Man kan si at det er det utsagnet som sier at det fysiske objektet som f assosierer med triplet <y,x,t> er endel av de momentane fysiske prosessene som finner sted i legemet til x ved tidspunktet t.

Dette tredje kravet sier da følgende: Er y,x,t vilkårlige entiteter der y er et utsagn, x en person og t et tidspunkt så er utsagnet at x ved tidspunktet t tror y identisk med utsagnet som sier at det fysiske objektet som f assosierer med triplet <y,x,t> er endel av de momentane fysiske prosessene som finner sted i legemet til x ved tidspunktet t.

Vi kan nå formulere vårt første hovedresultat på en presis måte:

Teorem 7.1.2.1 (*Hovedresultat I*)

© Morten Rognes 2011

Anta følgende holder:

(i) (Ay)(Ax)(At)(Aw)(Tror;w(y,x,t) →
(Ez)(Legem(z,x,w) & têDom(z)"V))

(ii) (Az)(Ax)(Ay)(Aw)(Legem(z,x,w) & Legem(z,y,w) → x=y)

Anta dessuten at L0 holder og at det følgende er tilfelle:

(iii) (Ea)(FO(a) &
(Ax)(At)(Aw)(wêI & xêP & têT →¬(aêProsL;w(x,t))))

Under disse forutsetningene har man at det følgende holder:

C ↔ B*

Man ser altså at den kompliserte betingelsen B* er ekvivalent med tesen C under de forutsetningene som er nevnt i teoremet.

Før vi gir det detaljerte beviset for dette teoremet skal vi gi en kort kommentar til de enkelte forutsetningene.

Den første forutsetningen uttrykker at dersom y er et utsagn som individet x tror ved tidspunktet t i verdenen w så har x et legeme i verdenen w og tidspunktet t hører med tidsområdet til dette legemet. Det virker eiendommelig om man skulle benekte at dette var en rimelig antagelse.

Den andre forutsetningen, (ii), utrykker at dersom visse individer x og y har det samme legemet i verdenen w så er disse to individene identiske. Også dette kan, ved ettertanke, virke som en rimelig antagelse.

Den siste forutsetningen (iii) sier at det finnes et fysisk objekt som det er logisk umulig at inngår blandt de momentane fysiske prosessene i legemet til noe individ ved noe tidspunkt. Kaller man alle de fysiske objekter som inngår som en del av et fysisk objekt z som er legemet til et individ i en eller annen mulig verden for potensielle legemsdeler, kan man litt forenklet, si at den siste forutsetningen sier at det finnes fysiske objekter som ikke er potensielle legemsdeler. Heller ikke denne forutsetningen virker direkte urimelig.

Bevis: **(I)** Vi viser først at B* impliserer C gitt forutsetningene i teoremet. Anta derfor at B* og at forutsetningene i teoremet holder. Fra B* følger eksistensen av f der man har:

(1) f: UxPxTxI → Mg(x: FO(x))

(2) (Ax)(At)(y)(Aw;1)(Aw,2)(w;1,w;2êI &
EFys(w;1,w;2) → f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2)) og

(3) (Ay)(Ax)(At)(yêU & <x,t>êPxT →
μ;-1(Mg(w: Tror;w(y,x,t)) =
μ;-1(Mg(w: wêI & f(y,x,t,w) êProsL;w(x,t)))

Vi ønsker å vise at C holder. Anta derfor for vilkårlige objekter w1,w2, x,t og y at

(4) w1,w2êI & EFys(w;1,w;2) & yêU & <x,t>êPxT

Anta videre at (5) Tror;w1(y,x,t). Fra (3) – (5) følger:

(6) w1êI & f(y,x,t,w1) êProsL;w1(x,t)

Nå har man per definisjon at

ProsL;w1(x,t) =
Mg(z: FO(z) & Dom(z)"V = {t} & (Ek)(Legem(k,x,w1) & z Inkl k))

Fra dette og (6) følger:

(7) f(y,x,t,w1)êMg(z:FO(z)) & Dom(f(y,x,t,w1))"V = {t} &
(Ek)(Legem(k,x,w1) & f(y,x,t,w1) Inkl k)

© Morten Rognes 2011

Fra (4) og (2) har man :

f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2)

Dette, (L0) og (7) impliserer:

(8) f(y,x,t,w2)êMg(z:FO(z)) & Dom(f(y,x,t,w2))"V = {t} &
(Ek)(Legem(k,x,w2) & f(y,x,t,w2) Inkl k)

Fra dette, (3), (4) og definisjonen av ProsL kan man slutte Tror;w2(y,x,t). Vi har nå vist at Tror;w1(y,x,t) → Tror;w2(y,x,t). Kondisjonalen den andre veien vises på nøyaktig samme måte. Det følger at Tror;w1(y,x,t) ↔ Tror;w2(y,x,t). Dette viser at C holder.

(II) Vi viser dernest at C impliserer B* gitt forutsetningene i teoremet. Anta forutsetningene i satsen holder og at (1) C holder. Vi skal vise at B* holder. Dette innebærer at vi må vise at det finnes en funksjon f som oppfyller følgende krav:

(1) f: UxPxTxI → Mg(x: FO(x))

(2) (Ax)(At)(y)(Aw;1)(Aw,2)(w;1,w;2êI &
EFys(w;1,w;2) → f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2)) &

(3) (Ay)(Ax)(At)(yêU & <x,t>êPxT →
μ;-1(Mg(w: Tror;w(y,x,t)) =
μ;-1(Mg(w: wêI & f(y,x,t,w) êProsL;w(x,t))))

Fra den siste forutsetningen i teoremet følger det at det finnes et fysisk objekt a0 der man har:

(4) FO(a0) & ¬(Ew)(Ex)(Et)(wêI &xêP & têT & a0êProsL;w(x,t))

Vi må altså konstruere en f som oppfyller kravene (1) - (3). La <y,x,t,w> være et vilkårlig objekt i UxPxTxI. Tilfelle (i): Man har Tror;w(y,x,t). Da setter vi:

(5) f(y,x,t,w)=
Rest((iz)Legem(z,x,w),
Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))))

Tilfelle (ii): Man har ¬(Tror;w(y,x,t)). Da setter vi:

(6) f(y,x,t,w) = a0

Dermed er funksjonen f definert for alle elementer i UxPxTxI.

Vi må nå vise at f definert på denne måten oppfyller kravene (1) - (3).

(a) Det skulle være klart ut fra konstruksjonen av f at f er en funksjon. Videre fremgår det at Dom(f) = UxPxTxI. Vi må imidlertid vise at

(7) Rgn(f) Inkl Mg(x: FO(x)). Anta derfor <y,x,t,w>êUxPxTxI. Vi skiller mellom to tilfelle:

Tilfelle (i): Tror;w(y,x,t). Da har vi ved hjelp av definisjonen av f at
f(y,x,t,w) = Rest((iz)Legem(z,x,w),
Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))))

Siden Tror;w(y,x,t) har vi ved hjelp av forutsetning (i) at det finnes noe z slik at Legem(z,x,w) og dessuten at têDom(z)"V. Fra det at Legem(z,x,w) følger ved hjelp av FYS4 at z er et fysisk objekt som eksisterer i verdenen w, dvs.:

(8) Func(z) & ø≠ Dom(z) Inkl D;pxT & Rgn(z) Inkl Reell^3 &
wêI & (Ay)(At)(<y,t>êDom(z) → z(<y,t>) = (ir)Pos;w(r,y,t))

Fra det forhold at têDom(z)"V følger at det finnes q der <q,t>êDom(z). Setter vi da: z2=Rest(z,Mg(<q,t'>: t'=t & <q,t>êDom(z))) ser man at vi har:

Func(z2) & ø≠Dom(z2) Inkl D;pxT & Rgn(z2) Inkl Reell^3.

Men dette innebærer at FO(z2). Siden z=(ir)Legem(r,x,w) har vi:
z2= f(y,x,t,w). Det følger at FO(f(y,x,t,w)).

© Morten Rognes 2011

Tilfelle (ii): ¬Tror;w(y,x,t). Da har vi i lys av konstruksjonen av f at f(y,x,t,w)=a0êMg(x: FO(x)).

I begge tilfelle har man altså at f(y,x,t,w) er et fysisk objekt. Dette viser at (7) holder og dermed at f oppfyller kravet (1).

(b) Vi må selvfølgelig også vise at funksjonen f oppfyller kravet (2). Anta derfor:

(9) w;1,w;2êI & ß(w;1)=ß(w;2) & <y,x,t>êUxPxT. Vi må da vise at

(9.1) f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2). I lys av definisjonen av funksjonen f er det igjen naturlig å skille mellom to tilfelle:

Tilfelle (i): (9.2) Tror;(w;1)(y,x,t). Ved hjelp av (9) og forutsetningen om at (C) holder kan vi slutte (9.3) Tror;(w;2)(y,x,t). Dessuten har vi i kraft av forutsetningen L0 at

(9.4) (Az)(Legem(z,x,w;1) ↔ Legem(z,x,w;2)).

Fra (9) og (9.3) kan man ved hjelp av forutsetning (i) og FYS5 slutte at det finnes objekter z1,z2 slik at: z1=(iz)Legem(z,x,w;1) & z2=(iz)Legem(z,x,w;2). Fra dette og (9.4) følger at

(9.5) z1=z2. Nå har vi ved hjelp av definisjonen av f samt (9.2) og (9.3) at

(9.6) f(y,x,t,w;1)=Rest(z1,Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t>êDom(z1)))

(9.7) f(y,x,t,w;2)=Rest(z2,Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t>êDom(z2)))

Men siden z1=z2 følger umiddelbart det vi ønsker, nemlig f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2).

Tilfelle (ii): ¬Tror;(w;1)(y,x,t). Ved hjelp av (9) og C følger da ¬Tror;(w,2)(y,x,t). Fra dette har man i lys av definisjonen av f at

f(y,x,t,w;1)= a0 = f(y,x,t,w;2). Dette viser at kravet (2) også holder i dette tilfellet.

(c) Det er selvfølgelig også nødvendig å vise at f oppfyller kravet (3). Anta derfor for vilkårlige y,x,t at (10.1) yêU & <x,t>êPxT. Det vil være tilstrekkelig å bevise: (10.2) (Aw)(wêI → (Tror;w(y,x,t) ↔ f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t))).

(I) Vi gir først bevis for halvdelen mot høyre: Anta for vilkårlig w at wêI & Tror;w(y,x,t). Fra dette, (10.1) og definisjonen av f følger at

(10.3) f(y,x,t,w) = Rest((iz)Legem(z,x,w), Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))))

Det er nå nødvendig å bevise f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t). Man har per definisjon:

ProsL;w(x,t) ↔ Mg(z: FO(z) & Dom(z)"V={t} & (Ek)(Legem(k,x,w) & z Inkl k))

I lys av denne definisjonen vil det derfor være tilstrekkelig å bevise følgende tre ting:

(10.4) FO(f(y,x,t,w))

(10.5) Dom(f(y,x,t,w))"V = {t}

(10.6) (Ek)(Legem(k,x,w) & f(y,x,t,w) Inkl k)

Når det gjelder (10.4) har vi at denne påstanden følger fra (1) (som vi nå har bevist) siden <y,x,t,w>êUxPxTxI. Det er derfor tilstrekkelig å vise (10.5) og (10.6).

Vi tar først for oss (10.6): Vi har generelt Res(f,a) Inkl f om f er en funksjon og a en eller annen mengde. Siden Tror;w(y,x,t) følger det ved hjelp av forutsetning (i) at det finnes z slik at (10.7) Legem(z,x,w). Ved hjelp av FYS5 kan man fra dette slutte at z=(ir)Legem(r,x,w). Fra dette og (10.3) ser man lett at

(10.8) f(y,x,t,w) Inkl z. Men fra (10.7) og (10.8) følger umiddelbart (10.6).

Vi tar så for oss (10.5): Anta for vilkårlig t' at t'êDom(f(y,x,t,w))"V. Da har vi at det finnes p slik at <p,t'>êDom(f(y,x,t,w)). Fra dette og definisjonen av f følger at <p,t'>êMg(<q,t'>: t'=t & <q,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))). Men herav følger åpenbart t'=t og derfor at t'ê{t}. Anta på den annen side for vilkårlig t' at t'ê{t}. Da har vi selvfølgelig t'=t. Siden Tror;w(y,x,t) følger fra forutsetning (i) at det finnes z slik at Legem(z,x,w) &

© Morten Rognes 2011

têDom(z)"V for noe z. Fra dette og FYS5 har vi at z=(ir)Legem(r,x,w) og derfor at têDom((ir)Legem(r,x,w))"V. Dette impliserer at det finnes q slik at <q,t>êDom((ir)Legem(r,x,w)). Men da har vi:
<q,t'>êMg(<p,t'>: t=t' & <p,t'>êDom((ir)Legem(r,x,w))) =Dom(f(y,x,t,w)). Fra dette følger så at t'êDom(f(y,x,t,w))"V. Dette viser at (10.5) holder.

(II) Det gjenstår å vise halvdelen mot venstre i (10.2). Anta derfor for vilkårlig w at wêI & ¬Tror;w(y,x,t). Siden <y,x,t>êUxPxT følger da ved hjelp av definisjonen av f at f(y,x,t,w)=a0. Men da har vi ¬(a0êProsL;w(x,t)) i kraft av (4). Men herav ¬(f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t)).

Vi har nå vist at f oppfyller de tre kravene (1) – (3) og dermed gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Resultatet som vi har bevist ovenfor kan generaliseres betraktelig. La oss vise hvordan dette kan gjøres.

Med en intensjonal relasjon forstår vi en hvilken som helst ikke-tom delmengde av UxPxTxI. Mengden av alle intensjonale relasjoner er altså elementene i Pt(UxPxTxI) -{ø}. Med et intensjonalt system forstår vi i det følgende en ikke-tom mengde med intensjonale relasjoner.

Vi definerer de følgende intensjonale relasjoner som svarer til predikatene vi nevnte innledningsvis i §6:

Definisjon 7.1.2.1

(i)	Tror = Mg(<y,x,t,w>: xêP& Tror;w(y,x,t))
(ii)	Vet = Mg(<y,x,t,w>: xêP& Vet;w(y,x,t))
(iii)	Ser = Mg(<y,x,t,w>: xêP& Ser;w(y,x,t))
(iv)	Hør = Mg(<y,x,t,w>: xêP& Hør;w(y,x,t))
(v)	Merk = Mg(<y,x,t,w>: xêP& Merk;w(y,x,t))
(vi)	Inntr = Mg(<y,x,t,w>: xêP& Inntr;w(y,x,t))
(vii)	Oppm = Mg(<y,x,t,w>: xêP& Oppm;w(y,x,t))

På basis av grunnsetningen INT1 som inngår i TMF ser man raskt fra definisjonen ovenfor at de relasjoner som er definert er intensjonale relasjoner.

Vi definerer et intensjonalt system X;0 som inneholder de syv intensjonale relasjonene som er nevnt i Definisjon 7.1.2.1 ved:

Definisjon 7.1.2.2

X;0={Tror, Vet, Ser, Hør, Merk, Inntr, Oppm}

Gitt et intensjonalt system X ønsker vi å definere når to verdener er ekvivalente med hensyn på dette system. Vi kaller dem da X-ekvivalente. Definisjonen er denne:

Definisjon 7.1.2.3 Anta X er et intensjonalt system. Da kaller vi w1,w2êI for X-ekvivalente, i symboler IEkv(X), hvis og bare hvis vi har for alle qêX, xêP, yêU og têT at følgende holder:

<y,x,t,w1>êq ↔ <y,x,t,w2>êq

© Morten Rognes 2011

Man ser fra denne definisjonen at vi har, dersom w,w'êI at <w,w'>êEInt hvis og bare hvis w og w' er X;0-ekvivalente. Det er meget lett å vise dette på basis av den definisjonen vi tidligere, i §6, har gitt av EInt og definisjonen rett ovenfor. Man har altså at EInt = IEkv(X;0).

Vi kan nå ganske lett formulere en langt mer generell versjon av tesen B*. Anta X er et eller annet intensjonalt system. Da betegner vi den følgende tese med B[X]:

B[X] (Aq)(qêX →
(Ef)[f: UxPxTxI → Mg(x: FO(x)) &
(Ax)(At)(Ay)(Aw)(Aw')(w,w'êI & EFys(w,w') →
<y,x,t>êUxPxT → f(y,x,t,w) = f(y,x,t,w'))&
(Ax)(Ay)(At)(yêU & <x,t>êPxT →
μ;-1(Mg(w: <y,x,t,w>êq)) =
μ;-1(Mg(w: wêI &f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t))))])

Man ser at dersom vi setter X'={Tror} følger ved hjelp av definisjonen av Tror at vi har B[X'] = B*.

Gitt disse definisjonene kan vi formulere vårt andre hovedresultat som er en generalisering av Hovedresultat I slik:

Teorem 7.1.2.2 (*Hovedresultat II*) Anta X er et intensjonalt system. Anta at L0 holder og at følgende holder:

(i) (Aq)(qêX →(Ay)(Ax)(At)(Aw)(<y,x,t,w>êq →
(Ez)(Legem(z,x,w) & têDom(z)"V)))
(ii) (Az)(Ax)(Ay)(Aw)(Legem(z,x,w) & Legem(z,y,w) → x=y)
(iii) (Ea)(FO(a) &
(Ax)(At)(Aw)(wêI & xêP & têT →¬(aêProsL;w(x,t))))

Da gjelder følgende:

B[X] ↔ EFys Inkl IEkv(X)

Setter man her X=X;0 blir konklusjonen at B[X;0] holder hvis og bare hvis EFys Inkl IEkv(X;0) som i sin tur er ekvivalent med at EFys Inkl EInt. Siden dette igjen er ekvivalent med U(EInt) Inkl U(EFys) (Jmf. §3) har vi at B[X;0] er ekvivalent med denne påstanden under de forutsetninger som er nevnt i teoremet.

Man ser ganske lett at dersom man setter X ={Tror} i satsen ovenfor fremkommer Hovedresultat I som et spesielt tilfelle. Man får selvfølgelig lignende satser om man setter X ={Vet}, {Ser} ... Resultatet ovenfor kan altså oppfattes som en generalisering av dette tidligere resultatet.

Bevis: (I) Vi viser først at B[X] impliserer EFys Inkl IEkv(X) gitt forutsetningene i teoremet. Anta derfor at (0) B[X] og forutsetningene i teoremet holder. Vi skal vise at EFys Inkl IEkv(X). Anta derfor for vilkårlige w;1,w;2 at (0.1) EFys(w;1,w2) & qêX. Fra den siste konjunkten og (0) følger herav eksistensen av f der man har:

(1) f: UxPxTxI → Mg(x: FO(x))
(2) (Ax)(At)(y)(Aw;1)(Aw,2)(w;1,w;2êI &
EFys(w;1,w;2) → f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2)) og
(3) (Ay)(Ax)(At)(yêU & <x,t>êPxT →

© Morten Rognes 2011

μ;-1(Mg(w: <y,x,t,w>êq) =
μ;-1(Mg(w: wêI & *f*(y,x,t,w) êProsL;w(x,t)))

Vi ønsker å vise at IEkv(X) holder. Anta derfor for vilkårlige objekter w1,w2, x,t og y at

(4) w1,w2êI & yêU & <x,t>êPxT

Anta videre at (5) Tror;w1(y,x,t) <y,x,t,w;1>êq. Fra (3) – (5) følger:

(6) w1êI & *f*(y,x,t,w;1) êProsL;w;1(x,t)

Nå har man per definisjon at

ProsL;w;1(x,t) =
Mg(z: FO(z) & Dom(z)"V = {t} & (Ek)(Legem(k,x,w;1) & z Inkl k))

Fra dette og (6) følger:

(7) *f*(y,x,t,w;1)êMg(z:FO(z)) & Dom(*f*(y,x,t,w1))"V = {t} &
(Ek)(Legem(k,x,w;1) & *f*(y,x,t,w;1) Inkl k)

Fra (4) og (2) har man :

f(y,x,t,w;1) = *f*(y,x,t,w;2)

Dette, forutsetningen L0 og (7) impliserer:

(8) *f*(y,x,t,w;2)êMg(z:FO(z)) &Dom(*f*(y,x,t,w;2))"V = {t} &
(Ek)(Legem(k,x,w;2) & *f*(y,x,t,w;2) Inkl k)

Fra dette, (3), (4) og definisjonen av ProsL kan man slutte <y,x,t,w;2>êq Vi har nå vist at <y,x,t,w;1>êq → <y,x,t,w;2>êq. Kondisjonalen den andre veien vises på nøyaktig samme måte. Det følger at <y,x,t,w;1>êq ↔ <y,x,t,w;2>êq. Dette viser at EFys Inkl IEkv(X) holder.

(II) Vi viser dernest at EFys Inkl IEkv(X) impliserer B[X] gitt forutsetningene i teoremet. Anta forutsetningene i satsen holder og at (0) EFys Inkl IEkv(X) holder. Vi skal vise at B[X] holder. Anta derfor for vilkårlig q at (0.1) qêX. Vi må vise at det finnes en funksjon f som oppfyller følgende krav:

(1) *f*: UxPxTxI → Mg(x: FO(x))

(2) (Ax)(At)(y)(Aw;1)(Aw,2)(w;1,w;2êI &
EFys(w;1,w;2) → *f*(y,x,t,w;1) = *f*(y,x,t,w;2)) &

(3) (Ay)(Ax)(At)(yêU & <x,t>êPxT →
μ;-1(Mg(w: <y,x,t,w>êq) =
μ;-1(Mg(w: wêI & *f*(y,x,t,w) êProsL;w(x,t))))

Fra den siste forutsetningen i teoremet følger det at det finnes et fysisk objekt a0 der man har:

(4) FO(a0) & ¬(Ew)(Ex)(Et)(wêI &xêP & têT & a0êProsL;w(x,t))

Vi må altså konstruere en f som oppfyller kravene (1) - (3). La <y,x,t,w> være et vilkårlig objekt i UxPxTxI. Tilfelle (i): Man har <y,x,t,w>êq. Da setter vi:

(5) f(y,x,t,w)=
Rest((iz)Legem(z,x,w),
Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))))

Tilfelle (ii): Man har ¬(<y,x,t,w>êq). Da setter vi:

(6) f(y,x,t,w) = a0

Dermed er funksjonen f definert for alle elementer i UxPxTxI.

Vi må nå vise at f definert på denne måten oppfyller kravene (1) - (3).

(a) Det skulle være klart ut fra konstruksjonen av f at f er en funksjon. Videre fremgår det at Dom(f) = UxPxTxI. Vi må imidlertid vise at

(7) Rgn(f) Inkl Mg(x: FO(x)). Anta derfor <y,x,t,w>êUxPxTxI. Vi skiller mellom to tilfelle:

© Morten Rognes 2011

Tilfelle (i): <y,x,t,w>êq. Da har vi ved hjelp av definisjonen av f at
f(y,x,t,w) = Rest((iz)Legem(z,x,w),
Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))))
Siden <y,x,t,w>êq har vi ved hjelp av forutsetning (i) at det finnes noe z slik at Legem(z,x,w) og dessuten at têDom(z)"V. Fra det at Legem(z,x,w) følger ved hjelp av FYS4 at z er et fysisk objekt som eksisterer i verdenen w, dvs.:

(8) Func(z) & ø≠ Dom(z) Inkl D;pxT & Rgn(z) Inkl Reell^3 &
wêI & (Ay)(At)(<y,t>êDom(z) → z(<y,t>) = (ir)Pos;w(r,y,t))

Fra det forhold at têDom(z)"V følger at det finnes q der <q,t>êDom(z). Setter vi da: z2=Rest(z,Mg(<q,t'>: t'=t & <q,t>êDom(z))) ser man at vi har:

Func(z2) & ø≠Dom(z2) Inkl D;pxT & Rgn(z2) Inkl Reell^3.

Men dette innebærer at FO(z2). Siden z=(ir)Legem(r,x,w) har vi: z2= f(y,x,t,w). Det følger at FO(f(y,x,t,w)).

Tilfelle (ii): ¬(<y,x,t,w>êq). Da har vi i lys av konstruksjonen av f at f(y,x,t,w)=a0êMg(x: FO(x)).

I begge tilfelle har man altså at f(y,x,t,w) er et fysisk objekt. Dette viser at (7) holder og dermed at f oppfyller kravet (1).

(b) Vi må selvfølgelig også vise at funksjonen f oppfyller kravet (2). Anta derfor:

(9) w;1,w;2êI & EFys(w;1,w;2) & <y,x,t>êUxPxT.

Vi må da vise at (9.1) f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2). I lys av definisjonen av funksjonen f er det igjen naturlig å skille mellom to tilfelle:

Tilfelle (i): (9.2) <y,x,t,w;1>êq. Ved hjelp av (9) og forutsetningen om at (0) holder kan vi slutte (9.3) <y,x,t,w;2>êq. Dessuten har vi ved hjelp av (9), i kraft av forutsetningen L0 at (9.4) (Az)(Legem(z,x,w;1) ↔ Legem(z,x,w;2)).

Fra (9.2) og (9.3) kan man ved hjelp av forutsetning (i) og FYS5 slutte at det finnes objekter z1,z2 slik at: z1=(iz)Legem(z,x,w;1) & z2=(iz)Legem(z,x,w;2). Fra dette og (9.4) følger at (9.5) z1=z2. Nå har vi ved hjelp av definisjonen av f samt (9.2) og (9.3) at

(9.6) f(y,x,t,w;1)=Rest(z1,Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t>êDom(z1)))
(9.7) f(y,x,t,w;2)=Rest(z2,Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t>êDom(z2)))

Men siden z1=z2 følger umiddelbart det vi ønsker, nemlig f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2).

Tilfelle (ii): ¬(<y,x,t,w;1>êq). Ved hjelp av (9) og (0.1) følger da ¬(<y,x,t,w;2>êq). Fra dette har man i lys av definisjonen av f at
f(y,x,t,w;1)= a0 = f(y,x,t,w;2). Dette viser at kravet (2) også holder i dette tilfellet.

(c) Det er selvfølgelig også nødvendig å vise at f oppfyller kravet (3). Anta derfor for vilkårlige y,x,t at (10.1) yêU & <x,t>êPxT. Det vil være tilstrekkelig å bevise:
(10.2) (Aw)(wêI → (<y,x,t,w>êq ↔ f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t))).

(I) Vi gir først bevis for halvdelen mot høyre: Anta for vilkårlig w at wêI & <y,x,t,w>êq. Fra dette, (10.1) og definisjonen av f følger at

(10.3) f(y,x,t,w) = Rest((iz)Legem(z,x,w),
Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))))

Det er nå nødvendig å bevise f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t). Man har per definisjon:

ProsL;w(x,t) ↔ Mg(z: FO(z) & Dom(z)"V={t} &
(Ek)(Legem(k,x,w) & z Inkl k))

I lys av denne definisjonen vil det derfor være tilstrekkelig å bevise følgende tre ting:

(10.4) FO(f(y,x,t,w))
(10.5) Dom(f(y,x,t,w))"V = {t}

© Morten Rognes 2011

(10.6) (Ek)(Legem(k,x,w) & f(y,x,t,w) Inkl k)

Når det gjelder (10.4) har vi at denne påstanden følger fra (1) (som vi nå har bevist) siden <y,x,t,w>êUxPxTxI. Det er derfor tilstrekkelig å vise (10.5) og (10.6).

Vi tar først for oss (10.6): Vi har generelt Res(f,a) Inkl f om f er en funksjon og a en eller annen mengde. Siden <y,x,t,w>êq følger det ved hjelp av forutsetning (i) at det finnes z slik at (10.7) Legem(z,x,w). Ved hjelp av FYS5 kan man fra dette slutte at z=(ir)Legem(r,x,w). Fra dette og (10.3) ser man lett at
(10.8) f(y,x,t,w) Inkl z. Men fra (10.7) og (10.8) følger umiddelbart (10.6).

Vi tar så for oss (10.5): Anta for vilkårlig t' at t'êDom(f(y,x,t,w))"V. Da har vi at det finnes p slik at <p,t'>êDom(f(y,x,t,w)). Fra dette og definisjonen av f følger at <p,t'>êMg(<q,t'>: t'=t & <q,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))). Men herav følger åpenbart t'=t og derfor at t'ê{t}. Anta på den annen side for vilkårlig t' at t'ê{t}. Da har vi selvfølgelig t'=t. Siden <y,x,t,w>êq følger fra forutsetning (i) at det finnes z slik at Legem(z,x,w) & têDom(z)"V for noe z. Fra dette og FYS5 har vi at z=(ir)Legem(r,x,w) og derfor at têDom((ir)Legem(r,x,w))"V. Dette impliserer at det finnes q slik at <q,t>êDom((ir)Legem(r,x,w)). Men da har vi:
<q,t'>êMg(<p,t'>: t=t' & <p,t'>êDom((ir)Legem(r,x,w))) =Dom(f(y,x,t,w)). Fra dette følger så at t'êDom(f(y,x,t,w))"V. Dette viser at (10.5) holder.

(II) Det gjenstår å vise halvdelen mot venstre i (10.2). Anta derfor for vilkårlig w at wêI & ¬(<y,x,t,w>êq). Siden <y,x,t>êUxPxT følger da ved hjelp av definisjonen av f at f(y,x,t,w)=a0. Men da har vi ¬(a0êProsL;w(x,t)) i kraft av (4). Herav: ¬(f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t)).

Vi har nå vist at f oppfyller de tre kravene (1) – (3) og dermed gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Vi går nå videre og gjør rede for to andre viktige resultater.

Først gir vi den følgende definisjon av hva vi her forstår ved en n-ær temporal fysisk egenskap. Vi forkorter uttrykket " f er en temporal n-ær fysisk egenskap" med "FPred;n(f)". Definisjonen er denne:

Definisjon 7.1.2.3 FPred;n(f) ↔. nêN & n>=1 &
fê(Pt((Mg(x: FO(x)) Exp n)xT) Exp I)
(Aw)(Aw')(w,w'êI & EFys(w,w') → f(w)=f(w'))

Man ser fra denne definisjonen at dersom f er en n-ær temporal fysisk egenskap så er f en funksjon som til enhver verden w tilordner denne en mengde med n+1-tupler der de n første komponentene i hvert tuple er et fysisk objekt og den siste komponenten et tidspunkt. Dessuten krever vi at f skal være invariant med hensyn på fysisk ekvivalens. Er derfor w,w' to mulige verdener som er fysisk ekvivalente så skal f(w) = f(w'). Er f en n-ær temporal fysisk egenskap i denne forstand kaller vi f(w) (wêI) for ekstensjonen til f i verdenen w.

Er f en monadisk temporal fysisk egenskap og z et eller annet fysisk objekt, sier vi at z har egenskapen f ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis <z,t>êf(w).

Den tesen vi nå er interessert i å undersøke er denne:

(D) (Ay)(yêU → (Ef)(FPred;1(f) &

© Morten Rognes 2011

(Ax)(At)(Aw)(<x,t>êPxT &wêI →
(Tror;w(y,x,t) ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w)))))

Det denne tesen uttrykker er at om y er et utsagn så finnes minst en monadisk temporal fysisk egenskap, la oss kalle den f;y, som er slik at for alle x,t,w der x er en person, t et tidspunkt og w en mulig verden, så har man y er et utsagn som x tror ved tidspunktet t i verdenen w hvis og bare hvis det som er legemet til x i w har denne egenskapen f:y ved tidspunktet t i verdenen w.

Vårt tredje hovedresultat kan nå formuleres slik:

Teorem 7.1.2.3 (*Hovedresultat III*) Anta L0 holder og anta at de følgende to påstander holder:

(i) (Ay)(Ax)(At)(Aw)(Tror;w(y,x,t) → (Ez)(Legem(z,x,w)))

(ii) (Az)(Ax)(Ay)(Aw)(Legem(z,x,w) & Legem(z,y,w) → x=y)

Da har man at: C ↔ D

Vi skal gi et bevis for denne påstanden.

Bevis: *(a)* Vi skal først vise at C impliserer D. La y være et vilkårlig element i U, dvs. anta yêU. Definer en funksjon f ved å sette:

(0) f(w) = Mg(<q,t'>: (Et)(t'=t & (Ex)(Tror;w(y,x,t) & xêP &
q=(iz)Legem(z,x,w))))

om wêI. Det er nødvendig å bevise at FPred;1(f). Dette innebærer at vi må bevise:

(1) fêPt(Mg(z: FO(z))xT)^I og

(2) (Aw)(Aw')(w,w'êI & EFys(w, w') → f(w)=f(w'))

I kraft av konstruksjonen til f skulle det være klart at (1) holder. Anta for vilkårlige w,w' at (3) w,w'êI & EFys(w, w') Vi ønsker å vise at (4) f(w)=f(w'). Vi ser først på inklusjonen mot høyre: Anta rêf(w). Da finnes det t,t',x og q slik at:

(5) r=<q,t'> & t'=t & Tror;w(y,x,t) &xêP & q= (iz)Legem(z,x,w)

Fra (3) og C følger herav Tror;w'(y,x,t). Fra (3) og L0 følger dessuten q= (iz)Legem(z,x,w'). Man har altså: (6) Tror;w'(y,x,t) & q= (iz)Legem(z,x,w') og derfor ved hjelp av (0) og (5) at rêf(w'). Inklusjonen mot venstre i (4) bevises på nøyaktig samme måte.

Vi har nå vist at FPred;1(f). La oss så bevise:
(Ax)(At)(Aw)(<x,t>êPxT & wêI → (Tror;w(y,x,t) ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w))
Anta derfor for vilkårlige x,t og w at (7) <x,t>êPxT & wêI. Anta først at (8) Tror;w(y,x,t). Fra dette og forutsetning (i) følger (Ez)(Legem(z,x,w). Herav kan vi ved hjelp av et av aksiomene i TMF slutte at det finnes q slik at

q = (iz)Legem(z,x,w). Fra dette, (7) og (8) følger at det finnes t' slik at

(10) <(iz)Legem(z,xw),t> = <q,t'> &
(Et)(t=t' (Ex)(Tror;w(y,x,t) & xêP & q= (iz)Legem(z,x,w)))

Herav har man åpenbart at <(iz)Legem(z,xw),t>êf(w).

Anta på den annen side <(iz)Legem(z,xw),t>êf(w). Ved hjelp av definisjonen av f kan man da slutte at det finnes q,t,',x' og t2 slik at:

(11) <(iz)Legem(z,x,w),t> = <q,t'> &
t'=t2 & Tror;w(y,x',t2) & x'êP &q= (iz)Legem(z,x',w)

Fra dette følger t=t'=t2 og dessuten at (iz)Legem(z,x,w) = (iz)Legem(z,x',w). Ved hjelp av

© Morten Rognes 2011

forutsetningen kan man fra dette siste slutte x=x' og derfor fra (11) at Tror;w(y,x,t) som er det vi ønsker.

(b) La oss så vise at D impliserer C. Anta D holder. Anta dessuten for vilkårlige w,w' at (12) w,w'êI & EFys(w, w'). Det vil være tilstrekkelig å bevise:

(13) (Ay)(Ax)(At)(yêU & <x,t>êPxT → (Tror;w(y,x,t) ↔ Tror;w'(y,x,t)))

Anta derfor at (14) yêU & <x,t>êPxT & Tror;w(y,x,t) for vilkårlige y,x og t. Fra den første konjunkten i (14) og D følger at det finnes f der:

(15) FPred;1(f)

(16) (Ax)(At)(Aw)(<x,t>êPxT & wêI →
(Tror;w(y,x,t) ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w)))

Fra (12), (14) og (16) følger:

(17) Tror;w(y,x,t) ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w)

Fra (12) og forutsetning L0 har man:

(18) (Az)(Ax)(Legem(z,x,w) ↔ Legem(z,x,w'). Fra dette følger:

(19) (iz)Legem(z,x,w) = (iz)Legem(z,x,w')

Fra (12), (14) og (16) har man enn mer:

(20) Tror;w'(y,x,t) ↔ <(iz)(Legem(z,x,w')),t>êf(w')

Fra (15) og definisjonen av FPred har man f(w) = f(w') i lys av (12). Fra dette, (14), (17), (19) og (20) kan man slutte Tror;w'(y,x,t). Vi har nå vist:

yêU & <x,t>êPxT → (Tror;w(y,x,t) → Tror;w'(y,x,t)

På helt tilsvarende måte vises: yêU & <x,t>êPxT → (Tror;w'(y,x,t) → Tror;w(y,x,t). Dette viser at D impliserer C. Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for teoremet. **QED**.

Også dette resultatet kan generaliseres betraktelig.

Anta X er et intensjonalt system, ie. en ikke-tom mengde med intensjonale relasjoner. Vi betegner den følgende tese med D[X].

D[X] (Aq)(qêX →(Ay)(yêU → (Ef)(FPred;1(f) &
(Ax)(At)(Aw)(<x,t>êPxT &wêI →
(<y,x,t,w>êq ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w))))))

Man ser lett at D[X] reduserer seg til D om man setter X={Tror}, der den intensjonale relasjonen Tror er definert som tidligere.

Den mer generelle versjon av resultatet ovenfor ser følgelig slik ut:

Teorem 7.1.2.4 (*Hovedresultat IV*) Anta X er et intensjonalt system. Anta L0 holder og anta at de følgende to påstander holder:

(i) (Aq)(qêX →(Ay)(Ax)(At)(Aw)(<y,x,t,w>êq → (Ez)(Legem(z,x,w))))

(ii) (Az)(Ax)(Ay)(Aw)(Legem(z,x,w) & Legem(z,y,w) → x=y)

Da har man at: EFys Inkl IEkv(X) ↔ D[X]

Setter man i dette teoremet X=X;0 ser man at IEkv(X) = IEkv(X;0) = EInt. Man ser derfor at vi har EFys Inkl EInt ↔ D[X;0] under de forutsetninger som er nevnt i teoremet såsant man i disse erstatter X over alt med X;0.

Bevis: *(a)* Vi skal først vise at EFys Inkl IEkv(X) impliserer D[X]. Anta derfor at

© Morten Rognes 2011

forutsetningene i satsen holder og at

(0.1) EFys Inkl IEkv(X) Anta videre at q er et vilkårlig element i X. Anta med andre ord at (0.2) qêX.La y være et vilkårlig element i U, dvs. anta (0.3) yêU. Vi må vise at det finnes en funksjon f som oppfyller kravene i D[X]. Definer en funksjon f ved å sette:

(0) f(w) = Mg(<r,t'>: (Et)(t'=t & (Ex)(<y,x,t,w>êq & r=(iz)Legem(z,x,w))))

om wêI. Det er nødvendig å bevise at FPred;1(f). Dette innebærer at vi må bevise:

(1) fêPt(Mg(z: FO(z))xT)^I og

(2) (Aw)(Aw')(w,w'êI & EFys(w, w') → f(w)=f(w'))

I kraft av definisjonen til f skulle det være klart at (1) holder. Anta for vilkårlige w,w' at (3) w,w'êI & EFys(w, w') Vi ønsker å vise at (4) f(w)=f(w'). Vi ser først på inklusjonen mot høyre: Anta sêf(w). Da finnes det t,t',x og s slik at:

(5) s=<r,t'> & t'=t & <y,x,t,w>êq & r= (iz)Legem(z,x,w)

Fra (3) ,(0.1), (0.2) og definisjonen av IEkv(X) følger herav <y,x,t,w'>êq. Fra (3) og den siste konjunkten i (5) følger ved hjelp av L0 r= (iz)Legem(z,x,w'). Man har altså:
(6) <y,x,t,w'>êq & r= (iz)Legem(z,x,w') og derfor ved hjelp av (0) og (5) at sêf(w'). Inklusjonen mot venstre i (4) bevises på nøyaktig samme måte.

Vi har nå vist at FPred;1(f). La oss så bevise:
(Ax)(At)(Aw)(<x,t>êPxT & wêI → (<y,x,t,w>êq ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w))
Anta derfor for vilkårlige x,t og w at (7) <x,t>êPxT & wêI. Anta først at
(8) <y,x,t,w>êq. Fra dette og forutsetning (i) følger (Ez)(Legem(z,x,w). Herav kan vi ved hjelp av et av aksiomene i TMF slutte at det finnes r slik at

r = (iz)Legem(z,x,w). Fra dette og (8) følger at det finnes t' slik at

(10) <(iz)Legem(z,xw),t> = <r,t'> &
(Et)(t=t' (Ex)(<y,x,t,w>êq & r= (iz)Legem(z,x,w)))

Herav har man åpenbart at <(iz)Legem(z,xw),t>êf(w).

Anta på den annen side <(iz)Legem(z,xw),t>êf(w). Ved hjelp av definisjonen av f kan man da slutte at det finnes r,t,',x' og t2 slik at:

(11) <(iz)Legem(z,x,w),t> = <r,t'> &
t'=t2 & <y,x',t2,w>êq & r= (iz)Legem(z,x',w)

Fra dette følger t=t'=t2 og dessuten at (iz)Legem(z,x,w) = (iz)Legem(z,x',w). Ved hjelp av forutsetningen (ii) kan man fra dette siste slutte x=x', og derfor fra (11) at <y,x,t,w>êq som er det vi ønsker.

(b) La oss så vise at D[X] impliserer EFys Inkl IEkv(X). Anta D[X] holder. Anta dessuten for vilkårlige w,w' at (12) w,w'êI & EFys(w, w'). Anta dessuten at (12.1) qêX. Det vil være tilstrekkelig å bevise:

(13) (Ay)(Ax)(At)(yêU & <x,t>êPxT → (<y,x,t,w>êq ↔ <y,x,t,w'>êq))

Anta derfor at (14) yêU & <x,t>êPxT & <y,x,t,w>êq for vilkårlige y,x og t. Fra den første konjunkten i (14), (12.1) og D[X] følger at det finnes f der:

(15) FPred;1(f)

(16) (Ax)(At)(Aw)(<x,t>êPxT & wêI →
(<y,x,t,w>êq ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w)))

Fra (12), (14) og (16) følger:

(17) <y,x,t,w>êq ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w)

Fra (12) og forutsetning L0 har man:

(18) (Az)(Ax)(Legem(z,x,w) ↔ Legem(z,x,w'). Fra dette følger:

(19) (iz)Legem(z,x,w) = (iz)Legem(z,x,w')

© Morten Rognes 2011

Ved hjelp av dette, (12), (14) og (16) har man enn mer:

(20) $\langle y,x,t,w'\rangle \hat{e} q \leftrightarrow \langle (iz)(Legem(z,x,w')),t\rangle \hat{e} f(w)$

Fra (15) og definisjonen av FPred har man f(w) = f(w') i lys av (12). Fra dette, (14), (17), (19) og (20) kan man slutte $\langle y,x,t,w'\rangle \hat{e} q$. Vi har nå vist:

$y \hat{e} U \ \& \ \langle x,t\rangle \hat{e} PxT \rightarrow (\langle y,x,t,w\rangle \hat{e} q \rightarrow \langle y,x,t,w'\rangle \hat{e} q)$

På helt tilsvarende måte vises: $y \hat{e} U \ \& \ \langle x,t\rangle \hat{e} PxT \rightarrow (\langle y,x,t,w'\rangle \hat{e} q \rightarrow \langle y,x,t,w\rangle \hat{e} q)$. Dette viser at D[X] impliserer EFys Inkl IEkv(X). Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for teoremet. **QED**.

Vi har ovenfor sett på resultater som kaster et visst lys over den påstand at to verdener som er fysisk ekvivalente også er intensjonalt ekvivalente, eller med andre ord, uttrykt litt mer presist, EFys Inkl EInt. Dette er naturligvis ekvivalent med at U(EInt) Inkl U(EFys) som i sin tur er ekvivalent med for C(IElem) Inkl C(FElem). Vi har også sett på satser som angir ekvivalenter til en del teser som er relatert til EFys Inkl EInt, for eksempel tesen C og tesen EFys Inkl IEkv(X) der X er et eller annet intensjonalt system.

La oss nå gå over til tesen som vi har behandlet i §7.1.1, nemlig den at de mentale utsagn er en delmengde av de fysiske utsagn. Mengden av de mentale utsagn er U(EMen), ie. utsagnene bestemt av ekvivalensrelasjonen EMen. De fysiske utsagn, utsagnene bestemt av EFys, betegner vi med U(EFys). Vi ønsker nå å undersøke tesen U(EMen) Inkl U(EFys). Som man ser fra resultatene i §3 er denne påstanden ekvivalent med EFys Inkl EMen. Vi skal vise to hovedresultater i denne forbindelse. Disse er helt analoge med det vi ovenfor kalte hovedresultat I og III.

I forbindelse med mentale utsagn er den grunnleggende relasjonen ekstensjonen til predikatet "Frem;w(y,x,t), med andre ord predikatet "y er et momentant bevissthetsinntrykk som fremtrer for x ved tidspunktet t i verdenen w". Vi skal betrakte den følgende tese som er analog med B*.

F1 $(Ef)(f: SxPxTxI \rightarrow Mg(x: FO(x)) \ \&$
$(Ax)(At)(Ay)(Aw)(Aw')(w,w'\hat{e}I \ \& \ EFys(w,w') \rightarrow$
$\langle y,x,t\rangle \hat{e} SxPxT \rightarrow f(y,x,t,w) = f(y,x,t,w')) \ \&$
$(Ax)(Ay)(At)(y \hat{e} S \ \& \ \langle x,t\rangle \hat{e} PxT \rightarrow$
$\mu;-1(Mg(w: Frem;w(y,x,t))) =$
$\mu;-1(Mg(w: w\hat{e}I \ \& f(y,x,t,w) \hat{e} ProsL;w(x,t)))))$

Man ser at man får denne tesen fra B* ved overalt å erstatte alle forekomster "U" med "S" og alle forekomster av "Tror;w(y,x,t)" med "Frem;w(y,x,t)". Man kan nå vise at det følgende teorem holder:

Teorem 7.1.2.5 (*Hovedresultat V*) Anta følgende holder:

(i) $(Ay)(Ax)(At)(Aw)(Frem;w(y,x,t) \ \& \ x \hat{e} P \rightarrow$
$(Ez)(Legem(z,x,w) \ \& \ t \hat{e} Dom(z)"V))$

(ii) $(Az)(Ax)(Ay)(Aw)(x,y \hat{e} P \ \&$
$Legem(z,x,w) \ \& \ Legem(z,y,w) \rightarrow x=y)$

Anta dessuten at L0 holder og at det følgende er tilfelle:

(iii) $(Ea)(FO(a) \ \& \ (Ax)(At)(Aw)(w\hat{e}I \ \& \ x\hat{e}P \ \& \ t\hat{e}T \rightarrow \neg(a\hat{e}ProsL;w(x,t))))$

Under disse forutsetningene har man at det følgende holder:

© Morten Rognes 2011

EFys Inkl EMen ↔ F1

Som man ser er dette resultat helt analogt med Hovedresultat I.

Bevis: (I) Vi viser først at F1 impliserer EFys Inkl EMen gitt forutsetningene i teoremet. Anta derfor at F1 og at forutsetningene i teoremet holder. Fra F1 følger eksistensen av f der man har:

(1) f: SxPxTxI → Mg(x: FO(x))

(2) (Ax)(At)(y)(Aw;1)(Aw,2)(w;1,w;2êI &
EFys(w;1,w;2) → f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2)) og

(3) (Ay)(Ax)(At)(yêS & <x,t>êPxT →
μ;-1(Mg(w: Frem;w(y,x,t)) =
μ;-1(Mg(w: wêI & f(y,x,t,w) êProsL;w(x,t)))

Vi ønsker å vise at EFys Inkl EMen holder. Anta derfor for vilkårlige objekter w1,w2, x,t og y at

(4) w1,w2êI & EFys(w;1,w;2) & yêS & <x,t>êPxT

Anta videre at (5) Frem;w1(y,x,t). Fra (3) – (5) følger:

(6) w1êI & f(y,x,t,w1) êProsL;w1(x,t)

Nå har man per definisjon at

ProsL;w1(x,t) =
Mg(z: FO(z) & Dom(z)"V = {t} & (Ek)(Legem(k,x,w1) & z Inkl k))

Fra dette og (6) følger:

(7) f(y,x,t,w1)êMg(z:FO(z)) &
Dom(f(y,x,t,w1))"V = {t} & (Ek)(Legem(k,x,w1) & f(y,x,t,w1) Inkl k)

Fra (4) og (2) har man :

f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2)

Dette, (L0) og (7) impliserer:

(8) f(y,x,t,w2)êMg(z:FO(z)) &
Dom(f(y,x,t,w2))"V = {t} & (Ek)(Legem(k,x,w2) & f(y,x,t,w2) Inkl k)

Fra dette, (3), (4) og definisjonen av ProsL kan man slutte Frem;w2(y,x,t). Vi har nå vist at Frem;w1(y,x,t) → Frem;w2(y,x,t). Kondisjonalen den andre veien vises på nøyaktig samme måte. Det følger at Frem;w1(y,x,t) ↔ Frem;w2(y,x,t). Dette viser at EFys Inkl EMen holder.

(II) Vi viser dernest at EFys Inkl EMen impliserer F1 gitt forutsetningene i teoremet. Anta forutsetningene i satsen holder og at (1) EFys Inkl EMen holder. Vi skal vise at F1 holder. Dette innebærer at vi må vise at det finnes en funksjon f som oppfyller følgende krav:

(1) f: SxPxTxI → Mg(x: FO(x))

(2) (Ax)(At)(y)(Aw;1)(Aw,2)(w;1,w;2êI &
EFys(w;1,w;2) → f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2)) &

(3) (Ay)(Ax)(At)(yêS & <x,t>êPxT →
μ;-1(Mg(w: Frem;w(y,x,t)) =
μ;-1(Mg(w: wêI & f(y,x,t,w) êProsL;w(x,t))))

Fra den siste forutsetningen i teoremet følger det at det finnes et fysisk objekt a0 der man har:

(4) FO(a0) & ¬(Ew)(Ex)(Et)(wêI &xêP & têT & a0êProsL;w(x,t))

Vi må altså konstruere en f som oppfyller kravene (1) - (3). La <y,x,t,w> være et vilkårlig objekt i SxPxTxI. Tilfelle (i): Man har Frem;w(y,x,t). Da setter vi:

© Morten Rognes 2011

(5) f(y,x,t,w)=
Rest((iz)Legem(z,x,w),
Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))))

Tilfelle (ii): Man har ¬(Frem;w(y,x,t)). Da setter vi:

(6) f(y,x,t,w) = a0

Dermed er funksjonen f definert for alle elementer i SxPxTxI.

Vi må nå vise at f definert på denne måten oppfyller kravene (1) - (3).

(a) Det skulle være klart ut fra konstruksjonen av f at f er en funksjon. Videre fremgår det at Dom(f) = SxPxTxI. Vi må imidlertid vise at

(7) Rgn(f) Inkl Mg(x: FO(x)). Anta derfor <y,x,t,w>êSxPxTxI. Vi skiller mellom to tilfelle:

Tilfelle (i): Frem;w(y,x,t). Da har vi ved hjelp av definisjonen av f at
f(y,x,t,w) = Rest((iz)Legem(z,x,w),
Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))))

Siden Frem;w(y,x,t) har vi ved hjelp av forutsetning (i) at det finnes noe z slik at Legem(z,x,w) og dessuten at têDom(z)"V. Fra det at Legem(z,x,w) følger ved hjelp av FYS4 at z er et fysisk objekt som eksisterer i verdenen w, dvs.:

(8) Func(z) & ø≠ Dom(z) Inkl D;pxT & Rgn(z) Inkl Reell^3 &
wêI & (Ay)(At)(<y,t>êDom(z) → z(<y,t>) = (ir)Pos;w(r,y,t))

Fra det forhold at têDom(z)"V følger at det finnes q der <q,t>êDom(z). Setter vi da: z2=Rest(z,Mg(<q,t'>: t'=t & <q,t>êDom(z))) ser man at vi har:

Func(z2) & ø≠Dom(z2) Inkl D;pxT & Rgn(z2) Inkl Reell^3.

Men dette innebærer at FO(z2). Siden z=(ir)Legem(r,x,w) har vi:
z2= f(y,x,t,w). Det følger at FO(f(y,x,t,w)).

Tilfelle (ii): ¬Frem;w(y,x,t). Da har vi i lys av konstruksjonen av f at f(y,x,t,w)=a0êMg(x: FO(x)).

I begge tilfelle har man altså at f(y,x,t,w) er et fysisk objekt. Dette viser at (7) holder og dermed at f oppfyller kravet (1).

(b) Vi må selvfølgelig også vise at funksjonen f oppfyller kravet (2). Anta derfor:

(9) w;1,w;2êI & ß(w;1)=ß(w;2) & <y,x,t>êSxPxT. Vi må da vise at

(9.1) f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2). I lys av definisjonen av funksjonen f er det igjen naturlig å skille mellom to tilfelle:

Tilfelle (i): (9.2) Frem;(w;1)(y,x,t). Ved hjelp av (9) og forutsetningen om at EFys Inkl EMen holder kan vi slutte (9.3) Frem;(w;2)(y,x,t). Dessuten har vi i kraft av forutsetningen L0 at (9.4) (Az)(Legem(z,x,w;1) ↔ Legem(z,x,w;2)).

Fra (9.2) og (9.3) kan man ved hjelp av forutsetning (i) og FYS5 slutte at det finnes objekter z1,z2 slik at: z1=(iz)Legem(z,x,w;1) & z2=(iz)Legem(z,x,w;2). Fra dette og (9.4) følger at

(9.5) z1=z2. Nå har vi ved hjelp av definisjonen av f samt (9.2) og (9.3) at

(9.6) f(y,x,t,w;1)=Rest(z1,Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t>êDom(z1)))

(9.7) f(y,x,t,w;2)=Rest(z2,Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t>êDom(z2)))

Men siden z1=z2 følger umiddelbart det vi ønsker, nemlig f(y,x,t,w;1) = f(y,x,t,w;2).

Tilfelle (ii): ¬Frem;(w;1)(y,x,t). Ved hjelp av (9) og EFys Inkl EMen følger da ¬Frem;(w,2)(y,x,t). Fra dette har man i lys av definisjonen av f at

f(y,x,t,w;1)= a0 = f(y,x,t,w;2). Dette viser at kravet (2) også holder i dette tilfellet.

(c) Det er selvfølgelig også nødvendig å vise at f oppfyller kravet (3). Anta derfor for vilkårlige y,x,t at (10.1) yêS & <x,t>êPxT. Det vil være tilstrekkelig å bevise:

© Morten Rognes 2011

(10.2) (Aw)(wêI → (Frem;w(y,x,t) ↔ f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t))).

(I) Vi gir først bevis for halvdelen mot høyre: Anta for vilkårlig w at wêI & Frem;w(y,x,t). Fra dette, (10.1) og definisjonen av f følger at

(10.3) f(y,x,t,w) = Rest((iz)Legem(z,x,w), Mg(<p,t'>: t'=t & <p,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))))

Det er nå nødvendig å bevise f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t). Man har per definisjon:

ProsL;w(x,t) ↔ Mg(z: FO(z) & Dom(z)"V={t} & (Ek)(Legem(k,x,w) & z Inkl k))

I lys av denne definisjonen vil det derfor være tilstrekkelig å bevise følgende tre ting:

(10.4) FO(f(y,x,t,w))

(10.5) Dom(f(y,x,t,w))"V = {t}

(10.6) (Ek)(Legem(k,x,w) & f(y,x,t,w) Inkl k)

Når det gjelder (10.4) har vi at denne påstanden følger fra (1) (som vi nå har bevist) siden <y,x,t,w>êSxPxTxI. Det er derfor tilstrekkelig å vise (10.5) og (10.6).

Vi tar først for oss (10.6): Vi har generelt Res(f,a) Inkl f om f er en funksjon og a en eller annen mengde. Siden Frem;w(y,x,t) følger det ved hjelp av forutsetning (i) at det finnes z slik at (10.7) Legem(z,x,w). Ved hjelp av FYS5 kan man fra dette slutte at z=(ir)Legem(r,x,w). Fra dette og (10.3) ser man lett at

(10.8) f(y,x,t,w) Inkl z. Men fra (10.7) og (10.8) følger umiddelbart (10.6).

Vi tar så for oss (10.5): Anta for vilkårlig t' at t'êDom(f(y,x,t,w))"V. Da har vi at det finnes p slik at <p,t'>êDom(f(y,x,t,w)). Fra dette og definisjonen av f følger at <p,t'>êMg(<q,t'>: t'=t & <q,t'>êDom((iz)Legem(z,x,w))). Men herav følger åpenbart t'=t og derfor at t'ê{t}. Anta på den annen side for vilkårlig t' at t'ê{t}. Da har vi selvfølgelig t'=t. Siden Frem;w(y,x,t) følger fra forutsetning (i) at det finnes z slik at Legem(z,x,w) & têDom(z)"V for noe z. Fra dette og FYS5 har vi at z=(ir)Legem(r,x,w) og derfor at têDom((ir)Legem(r,x,w))"V. Dette impliserer at det finnes q slik at <q,t>êDom((ir)Legem(r,x,w)). Men da har vi:

<q,t'>êMg(<p,t'>: t=t' & <p,t'>êDom((ir)Legem(r,x,w))) =Dom(f(y,x,t,w)). Fra dette følger så at t'êDom(f(y,x,t,w))"V. Dette viser at (10.5) holder.

(II) Det gjenstår å vise halvdelen mot venstre i (10.2). Anta derfor for vilkårlig w at wêI & ¬Frem;w(y,x,t). Siden <y,x,t>êSxPxT følger da ved hjelp av definisjonen av f at f(y,x,t,w)=a0. Men da har vi ¬(a0êProsL;w(x,t)) i kraft av (4). Men herav ¬(f(y,x,t,w)êProsL;w(x,t)).

Vi har nå vist at f oppfyller de tre kravene (1) – (3) og dermed gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Den neste tesen vi skal vise at er ekvivalent med EFys Inkl EMen er helt analog med D ovenfor. Det dreier seg om den følgende påstand:

F2 (Ay)(yêS → (Ef)(FPred;1(f) & (Ax)(At)(Aw)(<x,t>êPxT &wêI → (Frem;w(y,x,t) ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w)))))

Som man ser fremkommer F1 fra tesen D ved å erstatte "U" overalt med "S" og "Tror;w(y,x,t)" overalt med "Frem;w(y,x,t)".

Gitt disse forandringene kan man så bevise den følgende sats som er helt analog med

© Morten Rognes 2011

Hovedresultat III:

Teorem 7.1.2.6 (*Hovedresultat VI*) Anta L0 holder og anta at de følgende to påstander holder:

(i) (Ay)(Ax)(At)(Aw)(Frem;w(y,x,t) & xêP → (Ez)(Legem(z,x,w)))

(ii) (Az)(Ax)(Ay)(Aw)(x,yêP& Legem(z,x,w) & Legem(z,y,w) → x=y)

Da har man at: EFys Inkl EMen ↔ F2

Bevis: *(a)* Vi skal først vise at EFys Inkl EMen impliserer F2. La y være et vilkårlig element i S, dvs. anta yêS. Definer en funksjon f ved å sette:

(0) f(w) = Mg(<q,t'>: (Et)(t'=t & (Ex)(Frem;w(y,x,t) &xêP& q=(iz)Legem(z,x,w))))

om wêI. Det er nødvendig å bevise at FPred;1(f). Dette innebærer at vi må bevise:

(1) fêPt(Mg(z: FO(z))xT)^I og

(2) (Aw)(Aw')(w,w'êI & EFys(w, w') → f(w)=f(w'))

I kraft av konstruksjonen til f skulle det være klart at (1) holder. Anta for vilkårlige w,w' at (3) w,w'êI & EFys(w, w') Vi ønsker å vise at (4) f(w)=f(w'). Vi ser først på inklusjonen mot høyre: Anta rêf(w). Da finnes det t,t',x og q slik at:

(5) r=<q,t'> & t'=t & Frem;w(y,x,t) & xêP & q= (iz)Legem(z,x,w)

Fra (3) og EFys Inkl EMen følger herav Frem;w'(y,x,t). Fra (3) og L0 følger dessuten q= (iz)Legem(z,x,w'). Man har altså: (6) Frem;w'(y,x,t) & q= (iz)Legem(z,x,w') og derfor ved hjelp av (0) og (5) at rêf(w'). Inklusjonen mot venstre i (4) bevises på nøyaktig samme måte.

Vi har nå vist at FPred;1(f). La oss så bevise:

(Ax)(At)(Aw)(<x,t>êPxT & wêI → (Frem;w(y,x,t) ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w))

Anta derfor for vilkårlige x,t og w at (7) <x,t>êPxT & wêI. Anta først at (8) Frem;w(y,x,t). Fra dette og forutsetning (i) følger (Ez)(Legem(z,x,w). Herav kan vi ved hjelp av et av aksiomene i TMF slutte at det finnes q slik at

q = (iz)Legem(z,x,w). Fra dette, (7) og (8) følger at det finnes t' slik at

(10) <(iz)Legem(z,xw),t> = <q,t'> & (Et)(t=t' (Ex)(Frem;w(y,x,t) & xêP & q= (iz)Legem(z,x,w)))

Herav har man åpenbart at <(iz)Legem(z,xw),t>êf(w).

Anta på den annen side <(iz)Legem(z,xw),t>êf(w). Ved hjelp av definisjonen av f kan man da slutte at det finnes q,t,',x' og t2 slik at:

(11) <(iz)Legem(z,x,w),t> = <q,t'> & t'=t2 & Frem;w(y,x',t2) &x'êP q= (iz)Legem(z,x',w)

Fra dette følger t=t'=t2 og dessuten at (iz)Legem(z,x,w) = (iz)Legem(z,x',w). Ved hjelp av forutsetningen kan man fra dette siste slutte x=x' og derfor fra (11) at Frem;w(y,x,t) som er det vi ønsker.

(b) La oss så vise at F2 impliserer EFys Inkl EMen. Anta F2 holder. Anta dessuten for vilkårlige w,w' at (12) w,w'êI & EFys(w, w'). Det vil være tilstrekkelig å bevise:

(13) (Ay)(Ax)(At)(yêS & <x,t>êPxT → (Frem;w(y,x,t) ↔ Frem;w'(y,x,t)))

Anta derfor at (14) yêS & <x,t>êPxT & Frem;w(y,x,t) for vilkårlige y,x og t. Fra den første konjunkten i (14) og F2 følger at det finnes f der:

(15) FPred;1(f)

© Morten Rognes 2011

(16) (Ax)(At)(Aw)(<x,t>êPxT & wêI →
(Frem;w(y,x,t) ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w)))

Fra (12), (14) og (16) følger:

(17) Frem;w(y,x,t) ↔ <(iz)(Legem(z,x,w)),t>êf(w)

Fra (12) og forutsetning L0 har man:

(18) (Az)(Ax)(Legem(z,x,w) ↔ Legem(z,x,w'). Fra dette følger:

(19) (iz)Legem(z,x,w) = (iz)Legem(z,x,w')

Fra (16) har man enn mer:

(20) Frem;w'(y,x,t) ↔ <(iz)(Legem(z,x,w')),t>êf(w')

Fra (15) og definisjonen av FPred har man f(w) = f(w') i lys av (12). Fra dette, (14), (17), (19) og (20) kan man slutte Frem;w'(y,x,t). Vi har nå vist:

yêS & <x,t>êPxT → (Frem;w(y,x,t) → Frem;w'(y,x,t)

På helt tilsvarende måte vises: yêS & <x,t>êPxT → (Frem;w'(y,x,t) → Frem;w(y,x,t). Dette viser at F2 impliserer EFys Inkl EMen. Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for teoremet. **QED**.

§7.1.3 Noen kritiske betraktninger i forbindelse med EFys Inkl EMen

Påstanden (1) EFys Inkl EMen, som vi har forsøkt å belyse i de foregående avsnitt, kan virke svært sterk. Det er i og for seg ikke noe argument mot den. Imidlertid er det vanskelig å karakterisere den som innlysende. Insisterer man på at den mentale totalhistorien i en mulig verden er entydig bestemt av den totale fysiske historien, at det mentale er supervenient i relasjon til det fysiske på denne måten, er det vanskelig å skjønne hvilke argumenter man kan komme opp med som viser at dette nødvendigvis er således.

De samme bemerkningene kan også fremsettes når de gjelder de andre teoriene vi har nevnt som impliserer EFys Inkl EMen. Vi betraktet som man husker hovedsakelig to teorier. For det første korrelasjonsteorien representert ved tesen H supplert med passende tilleggsantagelser. For det andre den sterkeste av de teoriene vi så på i §7.1.1 nemlig identitetsteorien IT*. Heller ikke disse teoriene kan sies å være umiddelbart innlysende på noen måte. At de impliserer EFys Inkl EMen gjør ikke denne tesen mer innlysende, siden disse tesene er alt annet enn innlysende på forhånd.

Man kunne kanskje argumentere for at disse teoriene, kanskje særlig identitetsteorien, i betydelig grad forenkler ens syn på forholdet mellom det mentale og det fysiske. Aksepterer man identitetsteorien er man ontologisk sett ikke forpliktet til å akseptere eksistensen av noe annet enn fysiske entiteter, ikke to forskjellige arter av entiteter, mentale og fysiske. Dette argument er ikke uten en viss vekt. Det er imidlertid, som vi allerede har nevnt, ikke selvinnlysende at de sanseinntrykk, forestillingsbilder, erindringsbilder og synsinntrykk som fremtrer for ens bevissthet skulle være materielle prosesser i legemet, kanskje hovedsakelig prosesser som er knyttet til sentralnervesystemet. Man kunne snarere si at det er langt mer innlysende at de nevnte mentale entitetene er umiddelbart gitt for en som noe annet en fysiske prosesser i nervesystemet eller hjernen.

Vi skal i det følgende først presentere et argument mot tesen EFys Inkl EMen. Hvis premissene i dette argument er riktig er selvfølgelig denne supervenienstesen gal. Siden identitesteoriene og korrelasjonsteoriene vi har betraktet impliserer EFys Inkl EMen må også disse tesene selvfølgelig betraktes som gale om premissene i det nevnte argument er riktige.

© Morten Rognes 2011

Vi skal etter at vi har presentert dette argument gå litt nærmere inn på den tanke at selvom det mentale ikke nødvendigvis behøver, logisk sett, å være supervenient i relasjon til det fysiske er det ikke umulig at dette kausalt sett kan være tilfelle. Gitt en fullstendig beskrivelse av det totale fysiske hendelsesforløp i en gitt verden w, samt alle de kausale lover som gjelder i w er det ikke utelukket at denne totalbeskrivelsen og disse lovene entydig fastlegger det mentale hendelsesforløp. Men dette er en helt annen og langt svakere tese enn at EFys Inkl EMen. Hvis det var tilfelle ville det i så fall være en kontingent tese og ikke noen logisk nødvendig sannhet.

La oss presentere det argument vi har i tankene. Vi definerer først hva vi mener med at det totale mentale hendelsesforløp i verdenen w' er forskjøvet med r tidsenheter i forhold til det totale mentale hendelses forløp i w, i symboler: $\psi;r(w,w')$. Dette skjer ved den følgende definisjon:

Definisjon 7.1.3.1 $\psi;r(w,w') \leftrightarrow [r\hat{e}Reell \,\&\, w,w'\hat{e}I \,\&\, (Ay)(Ax)(At)(x\hat{e}P \,\&\, y\hat{e}S \,\&t\hat{e}T \rightarrow (Frem;w(y,x,t) \leftrightarrow Frem;w'(y,x,t+r)))]$

Vi skal nå betrakte to påstander A1 og A2. Den første er denne:

A1 $(Ew)(w\hat{e}I \,\&\, (Ey)(Ex)(Et)(x\hat{e}P \,\&\, Frem;w(y,x,t)))$

Denne setningen sier ikke noe annet enn at det finnes en verden w der et eller annet momentant bevissthetsinntrykk fremtrer for en eller annen person ved et eller annet tidspunkt. A1 impliserer at det må finnes minst en verden hvor det foreligger en mental historie. A1 virker som en ukontroversiell påstand om man aksepterer meningsfullheten av språket til TMF.

Den neste setningen vi vil betrakte er denne:

A2 $(Ar)(\, r\hat{e}Reell \,\&\, r>0. \rightarrow (Aw)(w\hat{e}I \rightarrow (Ew')(w'\hat{e}I \,\&\, EFys(w,w') \,\&\, \psi;r(w,w'))))$

Denne påstanden uttrykker at dersom r er et positivt reellt tall og w er en vilkårlig mulig verden så finnes det en verden w' som er fysisk ekvivalent med w, men der den totale mentale historien i w' er forskjøvet r tidsenheter i forhold til den i w.

Denne påstanden er litt mindre innlysende enn A1. Den har ikke et så opplagt preg. Men det er vanskelig å skjønne hvorfor den ikke uttrykker en svært rimelig påstand.

Man kan nå vise at den følgende sats holder:

Teorem 7.1.3.1 A1 & A2 $\rightarrow \neg$(EFys Inkl EMen)

Bevis: Anta for reduktio ad absurdum at vi har (1) A1 & A2 og dessuten (2) EFys Inkl EMen. Siden det finnes positive relle tall følger at det finnes r der (3) $r\hat{e}Reell \,\&\, r>0$. Fra A1 følger det at det finnes w0 der vi man har

(4) $w0\hat{e}I \,\&\, (Ey)(Ex)(Et)(x\hat{e}P \,\&\, Frem:w0(y,x,t))$ Fra dette følger selvfølgelig at det finnes y,x,t slik at

(5) $x\hat{e}P \,\&\, Frem;w0(y,x,t)$ Fra (5) og definisjonen av S følger (6) $y\hat{e}S$. Man må huske på at Frem;w(y,x,t) impliserer at w er en mulig verden og t et tidspunkt. Videre følger

© Morten Rognes 2011

fra (5) at vi har (7) têT. Nå følger det fra (3), (4) og A2 at det finnes w1 der (8) w1êI & EFys(w0,w1) & ψ;r(w0,w1). Fra dette kan man slutte ved hjelp av definisjonen av ψ og det at xêP, yêS og têT at

(9) Frem;w0(y,x,t) ↔ Frem;w1(y,x,t+r)

Fra (8) og (2) har vi nå (10) EMen(w0,w1). Fra (10) og definisjonen av EMen følger siden yêS, xêP og têT:

(11) Frem;w0(y,x,t) ↔ Frem;w1(y,x,t)

Fra (5), (9) og (11) følger så:

(12) Frem;w1(y,x,t) & Frem;(w1,y,x,t+r)

Men r>0, derfor har vi t≠t+r. I lys av aksiomet Me9 i TMF har vi derfor at (12) er utelukket. Det følger at man ikke både (1) og (2) holder. Har vi derfor at A1&A2 så følger ¬(EFys Inkl EMen). **QED**.

Hvis man hevder at A1 og A2 er plausible må man medgi at supervenienstesen er tilsvarende uplausibel og at de identitetsteoriene og korrelasjonsteoriene vi har undersøkt er minst like uplausible. Man kan forøvrig presentere en rekke varianter av denne typen argument med den samme konklusjon.

Hvis man er tilbøyelig til å akseptere den påstand at to verdener med samme fysiske historie også må ha den samme mentale historie kan dette skyldes at man forveksler logisk nødvendighet med kausalnødvendighet. Hvis to verdener har nøyaktig den samme fysiske totalhistorie, og det dessuten er slik at akkurat de samme kausalovene, inklusive alle rent psykiske og psykofysiske kausallover, gjelder i de to verdenene, virker det ikke helt urimelig å hevde at de verdenene også må ha den samme mentale totalhistorie. Men dette er en langt svakere påstand enn påstanden om at EFys Inkl EMen.

Man kan formalisere denne påstanden der man tar i betraktning kausallover på følgende måte. La "CLov(x,w)" forkorte predikatet "x er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w". Har man at CLov(x,w) må selvfølgelig x være et utsagn og w en mulig verden. La oss kalle to verdener w1,w2 for kausalt ekvivalente hvis og bare hvis nøyaktig de samme kausallovene gjelder i dem. Med andre ord kreves det for ethvert utsagn u at dersom CLov(u,w1) så har man CLov(u,w2), og omvendt. Vi bruker "CEkv(w1,w2)" for å betegne denne kausale ekvivalensrelasjonen. Den kan formelt defineres slik:

(1) CEkv(w1,w2) ↔ (Au)(uêU → (Clov(u,w1) ↔CLov(u,w2)))

Det man nå muligens kunne betrakte som et alternativ til EFys Inkl EMen er da den følgende påstand:

(2) EFys(w1,w2) & CEkv(w1,w2) → EMen(w1,w2)

Er denne påstanden opplagt? Det kan man knapt si.

Vi vil forsøke å utdype innholdet til (2) noe mer. Er R en ekvivalensrelasjon over I betegner R;[w] ekvivalensmengden til verdenen w med hensyn på R. I det følgende skal vi også forutsette at dersom u er et utsagn som representerer en kausallov som gjelder i verdenen w så er utsagnet u sant i w. Med andre ord forutsettes det at

© Morten Rognes 2011

(3) $CLov(u,w) \rightarrow True(w,u)$

Vi lar C;w betegne snittet av alle de utsagn som representerer kausalover som gjelder i w. C;w er altså definert på følgende måte:

(4) $C;w = SNu(Mg(y: CLov(y,w)))$

Vi gjør oppmerksom på at dersom u er et utsagn betegner $\mu(u)$ sannhetsmengden til u, det vil si mengden av alle de mulige verdenene der utsagnet u er sant.

Vi skal nå gi bevis for den følgende sats:

Teorem 7.1.3.2 Anta for alle wêI at følgende holder:
$(EFys;[w]\Omega\mu(C;w))$ Inkl $EMen;[w]$
Da gjelder:
$(Aw)(Aw')(EFys(w,w') \& CEkv(w,w') \rightarrow EMen(w,w'))$

Bevis: Anta (1) $(Aw)(wêI \rightarrow (EFys;[w]\Omega\mu(C;w))$ Inkl $EMen;[w])$
Anta for vilkårlige w,w' at
(2) $w,w'êI \& EFys(w,w') \& CEkv(w,w')$.
Fra det at $EFys(w,w')$ følger (3) $w'êEFys;[w]$. Fra den tredje konjunkten i (2) og definisjonen av CEkv følger:
(4) $(Au)(uêU \rightarrow (CLov(u,w) \leftrightarrow CLov(u,w')))$
Fra dette følger (5) $Mg(u: CLov(u,w))=Mg(u: CLov(u,w'))$. Fra dette og definisjonen av C;w har vi i sin tur at
(6) $C;w = C;w'$. Siden $CLov(u,w) \rightarrow True(w,u)$ for alle uêU og wêI følger $w'êμ(SNu(Mg(u: CLov(u,w')))) = \mu(C;w')$ Fra dette og (6) følger $w'êμ(C;w)$. Sammen med (3) impliserer dette $w'ê(EFys;[w]\Omega\mu(C;w)$. Fra dette og (1) kan man så slutte $w'êEMen;[w]$. Men herav følger det vi ønsker, nemlig
$EMen(w,w')$. Dette viser at satsen holder. **QED**.

Vi har åpenbart at
(i) EFys Inkl EMen
impliserer
(ii) $(Aw)(Aw')(EFys(w,w') \rightarrow EMen(w,w'))$
Dette impliserer så i sin tur:
(iii) $(Aw)(Aw')(w'êEFys;[w] \rightarrow w'êEMen;[w])$ Herav følger så:
(iv) $(Aw)(wêI \rightarrow EFys;[w]$ Inkl $EMen;[w])$
Fra dette følger så: (+) $(Aw)(wêI \rightarrow (EFys;[w]\Omega\mu(C;w))$ Inkl $EMen;[w])$, som er antesedenten i teoremet ovenfor. Herav følger endelig tesen
(v) $(Aw)(Aw')(EFys(w,w') \& CEkv(w,w') \rightarrow Emen(w,w'))$
Man ser altså at (i) impliserer (+) som i sin tur (v). (+) er derfor svakere en supervenienstesen, men altså sterkere enn den kausale supervenienstesen når det gjelder forholdet mellom det mentale og det fysiske.

Vi avslutter denne paragrafen med det følgende teorem som viser at sannhetsmengden til snittet av alle de fysiske utsagn som er sanne i verdenen w er identisk med ekvivalensmengden til w med hensyn på EFys.

© Morten Rognes 2011

Vi har:

Teorem 7.1.3.3 Anta wêI. Da har vi:
μ(SNu(Mg(y: yêU(EFys) & True(w,y)))) = EFys;[w]

Bevis: Anta (1) wêI. Vi beviser først inklusjonen mot høyre: Anta for vilkårlig w' at
(2) w'êμ(SNu(Mg(y: yêU(EFys) & True(w,y))))
Ved hjelp av definisjonen av SNu følger da:
(3) (Ay)(yêU(EFys) & True(w,y) → True(w',y))
Sett nå q=μ;-1(EFys;[w]). Da har vi for det første at (4) qêU(EFys). Dessuten har vi at wêμ(q), noe som innebærer at (5) True(w,q). Men fra (3) - (4) følger True(w',q) og derfor w'êμ(q)=EFys;[w].

Vi tar dernest for oss inklusjonen mot venstre: Anta for vilkårlig w' at (6) w'êEFys;[w]. Vi skal vise at (7) (Ay)(yêU(EFys) & True(w,y) → True(w',y)) Fra dette følger ved hjelp av definisjonen av SNu at
w'êμ(SNu(Mg(y: yêU(EFys) & True(w,y))))
som er det vi ønsker. Anta derfor for vilkårlig y at (8) yêU(EFys) & True(w,y). Fra definisjonen av U(EFys) følger herav at det finnes c der vi har:
(9) c Inkl EFys* & y= μ;-1(UN(c)).
Videre følger det fra den siste konjunkten i (8), sammen med (9), at (10) wêUN(c). Fra (9) og (10) følger det at det finnes a slik at (11) wêa & aêc Inkl EFys*. Det må derfor finnes noe noe w" slik at w"êI & a=EFys;[w"]. Siden wêa følger wêEFys;[w"]. Det følger da at a=EFys;[w] og derfor ved hjelp av (6) at w'êa Inkl UN(c). Herav kan vi så slutte w'êUN(c)= μ(y). Det følger at True(w',y). Dette viser at (7) holder. Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Det bør bemerkes at man kan vise en helt tilsvarende sats i forbindelse med EMen

Teorem 7.1.3.4 Anta wêI. Da har vi:
μ(SNu(Mg(y: yêU(EMen) & True(w,y)))) = EMen;[w]

Beviset blir helt analogt med det for den forrige satsen. Man erstatter bare overalt uttrykket "EFys" med "EMen". Ved hjelp av Teorem 7.1.3.3 og Teorem 7.1.3.4 ser man at setningen (+) som vi nevnte ovenfor er ekvivalent med at konjunksjonen av
SNu(Mg(y: yêU(EFys) & True(w,y)))
og C;w impliserer SNu(Mg(y: yêU(EMen) & True(w,y))). Sagt på en annen måte viser dette at (+) er ekvivalent med den påstand at for enhver verden w så gjelder det at konjunksjonen av alle de fysiske utsagn som er sanne i w sammen med konjunksjonen av alle de kausallovene som gjelder i w impliserer ethvert mentalt utsagn som er sant i w. Vi nevner dette fordi det kaster et visst lys over hva setningen (+) egentlig innebærer.

§7.2 De fysiske utsagn er en delmengde av de mentale utsagn

Vi skal i dette avsnittet diskutere den tese at mengden av de fysiske utsagn er en delmengde av de mentale utsagn. Denne påstanden impliserer at ethvert utsagn om ytre fysiske objekter egentlig er et utsagn om mer eller mindre komplekse bevissthetsinntrykk som fremtrer for et

© Morten Rognes 2011

eller flere individer. Som man umiddelbart skjønner er det en påstand av en sterkt idealistisk karakter. Når man tenker over mangfoldet og kompleksiteten til de fysiske utsagn, og også har i tankene den objektive karakter til de fysiske objektene, det virker i høyeste grad plausibelt å si at de eksisterer uavhengig av mentale prosesser og entiteter, virker tesen umiddelbart uplausibel. Vi skal da også hovedsakelig studere argumenter mot denne tesen her.

Som man ser fra resultatene i §3 er det klart at påstanden U(EFys) Inkl U(EMen) er ekvivalent med at EMen Inkl EFys. Dette siste innebærer at dersom to verdener er mentalt ekvivalente vil de også være fysiske ekvivalente. Dette i sin tur innebærer at den totale mentale historien i en mulig verden entydig bestemmer den totale fysiske historien i denne verden. Man kunne uttrykke dette ved å si at det fysiske er supervenient i relasjon til det fysiske.

La oss minne om at EMen er definert på den følgende måte:

(i) EMen(w,w') ↔. w,w'êI &
(Ay)(Ax)(At)(yêS &xêP &têT →
(Frem;w(y,x,t) ↔ Frem;w'(y,x,t)))

La nå X være en ikke-tom mengde med tidspunkter. Vi skal definerer da EMen(X) ved å sette:

(ii) EMen(X)(w,w') ↔. w,w'êI &
(Ay)(Ax)(At)(yêS &xêP &têX →
(Frem;w(y,x,t) ↔ Frem;w'(y,x,t)))

Man ser umiddelbart at EMen(X), i likhet med EMen, er en ekvivalensrelasjon. Videre skulle det ikke være vanskelig å se at man må ha EMen Inkl EMen(X). Man kan si at to verdener er EMen(X)-ekvivalente dersom de mentalt sett faller sammen ved tidspunktene i mengden X. De behøver derfor ikke falle sammen ved tidspunkter som ikke er med i X. Fra definisjonene (i) og (ii) fremgår det også at EMen = EMen(X) om X=T. Dessuten følger det fra definisjon (ii) at dersom X,X' er to mengder med tidspunkter der X Inkl X' så har vi også at EMen(X') Inkl EMen(X).

Som nevnt skal vi i dette avsnittet betrakte en del argumenter mot tesen om at U(EFys) Inkl U(EMen). Vi starter med å betrakte den følgende påstand, som vi kaller T1. Vi skal vise at denne impliserer negasjonen av U(EFys) Inkl U(EMen).
Tesen er denne:

T1 (AΔ)(M(Δ)& ø≠Δ Inkl U(EMen) & Cons(Δ).
→ Cd(Mg(x: xêEFys* & (Ew)(wêx & True(w,Δ)))) >= Aleph;0

Man kan oppfatte denne tesen som en variant av det som av og til går under navnet av "Tesen om teorimangfoldet". La oss først kommentere antesedenten. Som man ser er dette M(Δ) & ø≠Δ Inkl U(EMen) & Cons(Δ). Dette innebærer at Δ er en ikke-tom mengde med utsagn som er inkludert i U(EMen), altså en ikke-tom mengde med mentale utsagn. I tillegg ser man at det kreves at Δ er konsistent. Konsekventen i T1 sier at

(1) Mg(x: xêEFys* & (Ew)(wêx & True(w,Δ)))

skal være minst tellbart uendelig. At xêEFys* innebærer at x er en ekvivalensmengde med

© Morten Rognes 2011

hensyn på EFys. Det utsagnet som har denne ekvivalensmengden som sin sannhetsmengde vil åpenbart være et utsagn i U(EFys). Det vil være maksimalt sterkt, og vil, om u er et fysisk utsagn, enten implisere u eller negasjonen av u. I lys av disse kommentarene kan man si at ekvivalensmengden x representerer en maksimalt sterk fysisk teori. wêx innebærer at den teorien x representerer er sann i verdenen w. True(w,Δ) innebærer at alle utsagnene i Δ er sanne i w. Vi har derfor at mengden (1) representerer mengden av alle de maksimalt sterke fysiske teorier som er forenelige med utsagnsmengden Δ.

Sammenfattende kan man si at T1 sier at det til enhver ikke-tom konsistent mengde Δ med mentale utsagn finnes en, minst tellbart uendelig, mengde med maksimalt sterke fysiske teorier som er forenelige med denne utsagnsmengden Δ. Man kan neppe si at dette er en direkte opplagt påstand, men det virker i det minste som om den har mer for seg enn den tese at de fysiske utsagn er en delmengde av de mentale.

Man kan nå vise at den følgende sats holder:

Teorem 7.2.1 Man har: T1 → ¬(U(EFys) Inkl U(EMen))

Bevis: Anta T1 holder. Fra de utsagnsteoretiske aksiomene i TMF følger (1) I ≠ø. Det finnes derfor en verden w0 slik at (2) w0êI. Siden EMen er en ekvivalensrelasjon må det finnes en a der man har: (3) aêEMen* & w0êa. Det følger derfor ved hjelp av definisjonen av U(EMen) at

(4) μ;-1(UN({a}))êU(EMen). Vi setter per definisjon Δ;0 = {μ;-1(UN({a}))}.

Man har da: (5) M(Δ) & ø≠Δ;0 Inkl U(EMen). Siden w0êUN({a})=a har man (6) Cons(Δ;0). Fra (5) og (6) følger ved hjelp av T1:

(7) Cd(Mg(x: xêEFys* & (Ew)(wêx & True(w,Δ;0)))) >= Aleph;0

Herav kan man slutte at det finnes x1, x2, samt w1og w2, med følgende egenskaper:

(8.1) x1≠x2

(8.2) x1êEFys* & w1êx1 & True(w1,Δ;0)

(8.3) x2êEFys* & w2êx2 & True(w2,Δ;0)

Fra det at True(w1,Δ;0) & True(w2,Δ;0) følger ved hjelp av definisjonen av Δ;0 at w1,w2êUN({a})=a. Herav w1,w2êa. Men siden aêEMen* kan man slutte (9) EMen(w1,w2). Fra (8.2) og (8.3) følger også w1êx1 &w2êx2. Fra (8.1), det at x1,x2êEFys* og det forhold at EFys* er en partisjon av I kan man slutte (10) x1Ωx2 =ø. Anta for reduktio ad absurdum at EFys(w1,w2). Da ville vi ha w1êx2 og derfor at x1Ωx2 ≠ø. Dette strider mot (10). Vi har derfor (11) ¬(EFys(w1,w2)). Fra dette og (9) følger:

(Ew1)(Ew2)(EMen(w1,w2) & ¬(EFys(w1,w2)))

Herav: ¬(EMen Inkl EFys). Fra dette følger så ved hjelp av resultatene i §3 at ¬(U(EFys) Inkl U(EMen)). Dette viser at satsen holder. **QED**.

Man ser lett fra beviset ovenfor at man kan skjerpe satsen ovenfor noe ved å erstatte T1 med den svakere tesen:

T1' (AΔ)(M(Δ) & ø≠Δ Inkl U(EMen) & Cons(Δ). →
Cd(Mg(x: xêEFys* & (Ew)(wêx & True(w,Δ)))) >=2

Man behøver altså ikke å trekke inn uendelige kardinaltall selv om det kan virke svært naturlig å gjøre det.

© Morten Rognes 2011

Det kan være av en viss interesse å se på noen teser som minner om T1. Vi skal betegne dem med T2[X] og T3[t,t'].

T2[X] er den følgende påstand:

T2[X] ø≠X Inkl T →
(AΔ)(M(Δ) &ø≠Δ Inkl U(EMen(X)) & Cons(Δ). →
Cd(Mg(x: xêEFys* & (Ew)(wêx & True(w,Δ)))) >= Aleph;0)

Man ser at man får denne tesen fra T1 ved å erstatte relasjonen EMen med relasjonen EMen(X) og ved å føye til forbeholdet om at X skal være en ikke-tom mengde med tidspunkter, dvs. forbeholdet ø≠X Inkl T.

Det er i og for seg ikke vanskelig å se at T2[X] er ekvivalent med T1. Holder T2[X] kan man sette X=T. Da har man at forutsetningen ø≠X Inkl T åpenbart holder og siden EMen(T) = EMen følger T1. Omvendt, holder T1, har man at dersom ø≠X Inkl T og M(Δ)& ø≠Δ Inkl U(EMen(X)) & Cons(Δ) er tilfelle at også

M(Δ) & ø≠Δ Inkl U(EMen) & Cons(Δ).

Siden U(EMen(X)) Inkl U(EMen). Men da følger konsekventen i T2[X] ved hjelp av T1.

I T2[X] er det ikke nødvendig at mengden av tidspunkter X er et intervall av typen [t,t']. Det kan være en hvilken som helst mengde med tidspunkter. Tenker man seg at X=[t,t'], for to tidspunkter t,t' der t<t', får man den følgende svakere tese:

T3[t,t'] t,t'êT & t< t' →
(AΔ)(M(Δ) &ø≠Δ Inkl U(EMen([t,t'])) & Cons(Δ). →
Cd(Mg(x: xêEFys* & (Ew)(wêx & True(w,Δ)))) >= Aleph;0)

Man ser at Δ her bare vil inneholde mentale utsagn i mengden U(EMen([t,t']). Denne utsagnsmengden må man rimeligvis regne med er langt mindre omfangsrik enn U(EMen). Det bør noteres at man ikke fra T3 kan slutte

¬(U(EFys) Inkl U(EMen)).

Utsagnene i U(EMen([t,t']) beskriver bare mulige mentale forhold som inntreffer i intervallet [t,t']. Det er derfor mulig at om man utvider intervallet mer og mer kan antallet maksimalt konsistente fysiske teorier som er kompatible med en mengde Δ Inkl U(EMen([t,t']) bli færre, slik at man bare står igjen med en om intervallet utvides til å omfatte hele tidslinjen.

Vi har at den følgende sats, som er helt analog med Teorem 7.2.1, holder:

Teorem 7.2.2 Man har om X er en ikke tom mengde med tidspunkter og t,t'êT:
(i) T2[X] → ¬(U(EFys) Inkl U(EMen(X))
(ii) T3[t,t'] → ¬(U(EFys) Inkl U(EMen([t,t']))

Vi skal fremlegge ytterligere noen betraktninger som trolig setter tesen U(EFys) Inkl U(EMen) i et, mildt sagt, noe underlig lys. La oss sette:

C= Mg(w: wêI & ¬(Ey)(Ex)(Et)(Frem;w(y,x,t))

C er med andre ord mengden av alle de verdener der det overhodet ikke fremtrer noen

© Morten Rognes 2011

momentane bevissthetsinntrykk for noe individ ved noe tidspunkt. Litt grovt kunne man omtale C som mengden av de verdener der det ikke forekommer bevissthetsinntrykk. Hvis observasjon, selvbevissthet og tenkning logisk sett forutsetter bevissthetsinntrykk vil verdenene i C være verdener der intet individ observerer noe, har noen selvbevissthet eller tenker noe. Man ser nå ganske lett at alle verdenene i C er mentalt ekvivalente:

Teorem 7.2.3 (Aw)(Aw')(w,w'êC → EMen(w,w'))

Bevis: Anta w,w'êC for vilkårlige w,w'. Anta for reduktio ad absurdum at ¬EMen(w,w'). Da må det finnes y,x,t der vi har yêS, xêP, TêT og hvor vi enten har

(Frem;w(y,x,t) & ¬Frem;w'(y,x,t)) eller (Frem;w'(y,x,t) & ¬Frem;w(y,x,t)).

I det første tilfellet har vi, Frem;w(y,x,t), men siden wêC har vi

wêI & ¬(Ey)(Ex)(Et)(Frem;w(y,x,t)).

Dette gir oss åpenbart en motsigelse. I det andre tilfellet har vi Frem;w'(y,x,t). Men siden w'êC følger det at w'êI og at ¬(Ey)(Ex)(Et)(Frem;w'(y,x,t)), som også er en motsigelse. Siden vi begge tilfelle kan utlede en motsigelse må vi ha EMen(w,w'). **QED**.

Vi kan nå vise at følgende holder:

Teorem 7.2.4 U(EFys) Inkl U(EMen) → (Aw)(Aw')(w,w'êC → EFys(w,w'))

Bevis: Anta (1) U(EFys) Inkl U(EMen). Da har vi, som vi har nevnt tidligere, at (2) EMen Inkl EFys. Anta nå for vilkårlige w,w' at w,w'êC. Fra dette og Teorem 7.2.3 følger da EMen(w,w'). Men da følger ved hjelp av (2) at EFys(w,w'). **QED**.

Det virker rimelig å tro, for det første at det logisk sett skulle kunne finnes verdener der det overhodet ikke forekommer noe som har likhet med bevissthet, og for det andre at det blandt disse verdener skulle kunne finnes uendelig mange hvor den fysiske totalhistorien er forskjellig. Men gitt teoremet ovenfor og tesen om at de fysiske utsagn er en delmengde av de mentale er vi tvunget til å hevde at dersom C er ikke-tom er alle elementer i denne mengden fysisk ekvivalente. En svært nærliggende konklusjon er selvfølgelig at tesen U(EFys) Inkl U(EMen) er feilaktig.

Man kan bevise en rekke satser som ligner den vi har vist, og som også setter påstanden U(EFys) Inkl U(EMen) i et temmelig underlig lys. La oss definere C(X), der X er en ikke-tom mengde med tidspunkter, ved:

C(X) = Mg(w: wêI & (At)(têX → ¬(Ey)(Ex)Frem;w(y,x,t)))

Man kan da lett vise følgende:

Teorem 7.2.5 Anta X er en mengde med tidspunkter. Anta w,w'êI. Da har man:

w,w'êC(X) & EMen(T-X)(w,w') → EMen(w,w')

Bevis: Anta forutsetningene holder. Anta (1) w,w'êC(X) & EMen(T-X)(w,w'). Fra den første konjunkten følger:

(2.1) (At)(têX → ¬(Ey)(Ex)Frem;w(y,x,t))

(2.2) (At)(têX → ¬(Ey)(Ex)Frem;w'(y,x,t))

© Morten Rognes 2011

Fra den andre konjunkten i (1) følger:

(3) (Ay)(Ax)(At)(yêS & xêP &tê(T-X) → (Frem;w(y,x,t) ↔ Frem;w'(y,x,t)))

Anta nå for reduktio ad absurdum at ¬(EMen(w,w')). Da finnes det y,x,t der (4) yêS & xêP & têT og der

(5) (Frem;w(y,x,t) &¬Frem;w'(y,x,t)) v (Frem;w'(y,x,t) &¬Frem;w(y,x,t))

Vi skiller mellom to tilfelle:

Tilfelle (i): (6) Frem;w(y,x,t) &¬Frem;w'(y,x,t). Det er da to muligheter når det gjelder t. têX. Da følger fra (2.1) ¬ (Ey)(Ex)(Frem;w(y,x,t)). Dette gir oss umiddelbart en motsigelse. Eller så har man tê(T-X). I så fall følger ved hjelp av (3) at Frem;w(y,x,t) ↔ Frem;w'(y,x,t) som igjen strider mot (6).

Tilfelle (ii) Frem;w'(y,x,t) &¬Frem;w(y,x,t). Dette tilfellet viser man på samme måte at må være utelukket.

Man ser at ¬(EMen(w,w')) leder til en motsigelse i alle tilfelle. Det følger derfor at EMen(w,w'). **QED**.

Fra Teorem 7.2.5 kan man så utlede den følgende sats:

Teorem 7.2.6 Anta U(EFys) Inkl U(EMen) & ø≠X Inkl T. Da har man:
(Aw)(Aw')(w,w'êC(T-X) & EMen(T)(w,w') → EFys(w,w')

Man ser at Teorem 7.2.4 fremkommer som et spesialtilfelle når man i satsen rett ovenfor setter X=T. Da har vi at C(X)=C og at EMen(T-X) er identitetsrelasjonen begrenset til I.

Teorem 7.2.6 viser at U(EFys) Inkl U(EMen) har visse merkelige konsekvenser. Anta w0 er den aktuelle verden. Når det gjelder denne verden virker det ikke fullstendig urimelig å tenke seg at det først var ved et tidspunkt t1, som selvfølgelig ligger langt tilbake i tid, at det oppsto individer av et eller annet slag som hadde bevissthetsinntrykk og som kunne oppleve noe. Det virker heller ikke som det finnes noe som tilsier at det i den aktuelle verden til enhver tid skal eksistere fornemmende vesener. Snarere synes det som om all sannsynlighet taler for at det i den aktuelle verden vil finnes et tidspunkt t2 i fjern fremtid hvor alt bevisst liv vil være totalt utslettet. Følgelig vil det etter dette tidspunkt ikke finnes individer som har noen bevissthetsinntrykk. Man kan altså tenke seg at den aktuelle verden, w0, er slik at enhver form for bevissthet som foreligger i w0 er begrenset til et tidsintervall [t1,t2]. Før t1 finnes det i w0 ikke noen bevissthet, hverken i vår galakse eller noe annet sted i det fysiske univers. Etter tidspunktet t2 forholder det seg på samme vis. Holder U(EFys) Inkl U(EMen) ser man da ved hjelp av Teorem 7.2.6 at enhver verden w1 som er mentalt ekvivalent med den aktuelle verden w0 må ha den samme fysiske totalhistorie. Det virker vanskelig å fri seg fra den tanke at dette, sett fra en logisk synsvinkel, er temmelig absurd.

Vi har ovenfor sett på visse konsekvenser av tesen U(EFys) Inkl U(EMen). Tilsvarende resultater kan vises for tesen U(EFys) Inkl U(EInt).

La oss minne om at X;0 i det følgende er det intensjonale system som vi definerte i §7 og at vi derfor har EInt= IEkv(X;0). La oss nå definere en mengde av mulige verdener B(X) der X er en eller annen mengde med tidspunkter. Definisjonen er analog med definisjonen av C(X) som vi ga ovenfor:

© Morten Rognes 2011

Vi setter:
B(X) = Mg(w: wêI & (Aq)(qêX;0 → (At)(têX → ¬(Ex)(Ey)(<y,x,t,w>êq))))

La oss videre definere EInt(X), der X er en mengde med tidspunkter, ved:

EInt(X) = Mg(<w,w'>: w,w'êI & (Aq)(At)(qêX;0 & têX →
(Ay)(<y,x,t,w>êq ↔ <y,x,t,w'>êq)))

Gitt disse definisjonene skulle det ikke være vanskelig å vise:

Teorem 7.2.7 Anta X Inkl T. Da har man om w,w'êI:
w,w'êB(X) & EInt(T-X)(w,w') → EInt(w,w')

Fra dette teoremet kan man så utlede den følgende sats som er helt analog med Teorem 7.2.6:

Teorem 7.2.8 Anta U(EFys) Inkl U(EInt) & ø≠X Inkl T. Da har man:
(Aw)(Aw')(w,w'êB(T-X) & EInt(X)(w,w') → EFys(w,w'))

Hvis man tenker seg en verden w0 der det bare i et begrenset tidsintervall [t1,t2] finnes individer som ser, hører, merker, tror og vet at forskjellige forhold foreligger ,kan det virke eiendommelig å hevde at en verden w1 som intensjonalt sett er ekvivalent med w0 i dette intervallet nødvendigvis skulle ha den samme fysiske totalhistorien. Konsekventen i teoremet ovenfor holder derfor neppe generelt.

Under visse forutsetninger kan det imidlertid tenkes at det finnes verdener w,w' der man har (1) w,w'êB(T-X) & EInt(X)(w,w') og (2) EFys(w,w').

Anta w er en verden der ethvert sant fysisk utsagn u er slik at et eller annet individ x vet at det er sant ved et eller annet tidspunkt t som befinner seg i mengden X. Anta med andre ord at

(Ay)(yêU(EFys) & wêμ(u) → (Ex)(Et)(têX & <y,x,t,w>êVet))

La oss forkorte denne betingelsen med "F(w,X)" akkurat her. Det følgende virker som en fullstendig ukontroversiell antagelse når det gjelder viten:

(V) (Ay)(Ax)(At)(Aw)(<y,x,t,w>êVet → wêμ(y))

Den sier intet annet enn at det er logisk nødvendig at dersom et individ vet at noe er tilfelle så er det faktisk tilfelle. Det man nå kan vise er følgende:

Teorem 7.8.9 Anta (V) holder. Da har man:
wêB(T-X) & F(w,X) → (Aw')(w'êB(T-X) & EInt(X)(w,w') → EFys(w,w'))

Det er ikke vanskelig å vise at dette holder. Anta V og anta (1) wêB(T-X) & F(w,X). Da følger ved hjelp av definisjonen av F at

(2) (Ay)(yêU(EFys) & wêμ(u) → (Ey)(Et)(têX & <y,x,t,w>êVet))

Nå har man, dersom man setter u;0(w) = μ;-1(Mg(w': EFys(w,w')), at u;0(w)êU(EFys). Videre har man trivielt at wêμ(u;0(w)). Det følger derfor ved hjelp av (2) at det finnes y og têX slik at

(3) <u;0(w),y,t,w>êVet Anta nå at w'êB(T-X) & EInt(X)(w,w') for vilkårlig w'. Fra dette,

© Morten Rognes 2011

definisjonen av EInt(X) og (3) følger <u;0(w),y,t,w'>êVet. Men fra dette og antagelsen om at V holder følger w'êμ(u;0(w)). Fra dette og definisjonen av u;0 kan man imidlertid slutte EFys(w,w'). Dette viser at satsen holder.

F(w,X) innebærer at enhver fysisk sannhet i w er kjent av et eller annet individ ved et eller annet tidspunkt t i verdenen w. Man kan spørre om det finnes slike verdener. Hvis man her taler om logisk mulighet er det ikke direkte innlysende at dette er utelukket. Fra en formell synsvinkel virker det imidlertid rimelig å tro at antagelsen er forenelig med TMF.[23]

§7.3 Noen kommentarer til tesen U(EMen) = U(EFys)

Siden vi ønsker å gå systematisk gjennom alle de fem mulighetene som oppstår når det gjelder forholdet mellom U;k(EFys) og U;k(EMen) er det ikke til å komme vekk fra at man også må betrakte den mulighet at

(1) U;k(EFys) = U;k(EMen).

Man ser forøvrig lett at denne påstanden er ekvivalent med U(EFys) = U(EMen). Det virker imidlertid som om denne muligheten er relativt uinteressant. For det første impliserer (1) at

(2) U(EFys) Inkl U(EMen)

Imidlertid har vi i forrige avsnitt sett at det kan rettes en rekke innvendinger mot (2). Disse argumentene vil derfor også treffe (1). Videre ser man at (1) ikke bare impliserer (2), men også:

(3) U(EMen) Inkl U(EFys)

De argumentene mot (3) vi betraktet i §7.1.3 kan derfor også rettes mot den muligheten vi betrakter her.

Kanskje den viktigste innvendingen man kan rette mot (1), men som som også rammer (2), er den intuisjon man kan ha av at den fysiske virkelighet transenderer fullstendig den indre strøm av bevissthetsinntrykk selvom vi betrakter totaliteten av alle de individer som det kan fremtre bevissthetsinntrykk for. Denne intuisjonen kunne kanskje uttrykkes ved å si at desom man betrakter en ekvivalensklasse a i EMen* vil det alltid finnes en minst tellbart uendelig mengde med fysiske ekvivalensklasser b slik at UN(b) Inkl a. Formalisert kan denne tanken uttrykkes slik:

(4) aêEMen* → (Eb)(M(b) & Cd(b) >= Alef;0 & b Inkl EFys* & UN(b) Inkl a)

Det er ikke vanskelig å se at (4) impliserer at det må finnes et helt kontinuum av fysiske utsagn som ikke kan identifiseres med noen mentale utsagn. Dette i sin tur impliserer ikke bare negasjonen av U(EMen) = U(EFys), men også (2).

La oss tilslutt bemerke at U(EFys) = U(EMen) er ekvivalent med

(5) EMen* = EFys*

og at U(EFys) Inkl U(EMen) er ekvivalent med den følgende påstand:

(6) (Aa)(aêEFys* → (Eb)(M(b) ø≠ b Inkl EMen* & a=UN(b))

Vi overlater til leseren å gi detaljerte bevis for disse påstandene og forøvrig de andre påstandene vi har nevnt i dette avsnittet uten at vi har gitt noe bevis for dem.

23 Med andre ord virker det rimelig å tro at dersom TMF er konsistenr er TMF utvidet med (Ew)(wêI & (EX)(M(X) & ø≠X Inkl T & F(w,X))) som nytt ikke-logisk aksiom også konsistent.

© Morten Rognes 2011

§7.4 Mengden av de kontingente fysiske og mengden av kontingente mentale utsagn er disjunkte

Som man husker er U(EMen) mengden av alle de utsagn som er indusert av ekvivalensrelasjonen EMen. Tilsvarende er U(EFys) mengden av alle de utsagn som er indusert av ekvivalensrelasjonen EFys. U(Emen) er altså mengden av det vi har kalt for mentale utsagn og U(EFys) er mengden av det vi har tillatt oss å kalle de fysiske utsagn.

Et kontingent utsagn er et utsagn som hverken er kontradiktorisk eller nødvendig sant. Et utsagn u er kontradiktorisk om dets sannhetsmengde er identisk med nullmengden, det vil si hvis og bare hvis vi har $\mu(u)=ø$. Er u et nødvendig sant utsagn har vi at sannhetsmengden til u er identisk med mengden av alle mulige verdener, med andre ord I. Et utsagn u er derfor nødvendig sant hvis og bare hvis man har $\mu(u) = I$. Som man ser fra disse definisjonen, og de grunnleggende aksiomene om utsagn, kan det finnes ett og bare ett kontradiktorisk utsagn, nemlig $\mu;\text{-}1(ø)$ og et og bare ett nødvendig sant utsagn, nemlig $\mu;\text{-}1(I)$. Vi skal i det følgende betegne disse med henholdsvis "k" og "t". Et utsagn u er altså kontigent om det ikke er med i {t,k}.

I lys av forklaringene ovenfor ser man at mengden av alle de kontingente mentale utsagn er U(EMen) - {t,k}. Dessuten innser man at mengden av alle de kontingente fysiske utsagn er U(EFys)-{t,k}.

Den påstanden vi vil undersøke i dette avsnittet er at mengden av de kontingente mentale utsagn ikke har noen elementer felles med mengden av de kontingente fysiske utsagn. Denne påstanden kan uttrykkes mer formelt slik:

(1) $(U(EMen) - \{t,k\}) \Omega (U(EFys) - \{t,k\})=ø$

Målet i denne paragrafen er å gi bevis for en sats som angir en nødvendig og tilstrekkelig betingelse for at (1) holder.

For å kunne formulere denne satsen presist er det nødvendig å innføre visse hjelpebegreper. La oss først betrakte en en ekvivalensmengde m i EMen*, med andre ord et element mêEMen*. Siden m er en ekvivalensmengde er den ikke-tom. Anta x er et element i m. Siden EFys*, mengden av ekvivalensklasser bestemt av ekvivalensrelasjonen EFys ,uttømmer mengden av mulige verdener I, har vi at x nødvendigvis må være med i en eller annen ekvivalensklasse i EFys*. Elementet x kan imidlertid ikke være med i flere slike "fysiske" ekvivalensklasser siden elementene i EFys* er innbyrdes disjunkte. Anta xêy der yêEFys*. Da er det to muligheter når det gjelder forholdet mellom m og y. Enten er y inkludert i m eller så er det slik at y bare overlapper med m. I det siste tilfellet har vi at $y\text{-}m\neq ø$.

Vi betegner unionen av mengden av alle de elementene x i EFys* som er inkludert i m med $\varphi(m)$. Merk at mengden av alle de xêEFys* der x Inkl m kan være tom, den kan være endelig, den kan være tellbart uendelig og den kan være overtellbar.

Vi kan også ta vårt utgangspunkt i en mengde mêEFys*. Mengden av alle de elementer xêEMen* der x er inkludert i m betegner vi med $\psi(m)$. Merk at når det gjelder disse definisjonene er det i prinsippet ikke noe i veien for at m kan være en vilkårlig mengde med mulige verdener. De to funksjonene φ og ψ defineres formelt slik:

Definisjon 7.4.1

Er m en vilkårlig delmengde av I setter vi:

© Morten Rognes 2011

(i) $\varphi(m) = UN(Mg(x: x\hat{e}EFys^* \ \& \ x \text{ Inkl } m))$
(ii) $\psi(m) = UN(Mg(x: x\hat{e}EMen^* \ \& \ x \text{ Inkl } m))$

Anta nå at $m\hat{e}EMen^*$. Det kan da være at dersom vi fra m trekker fra unionen av alle de "fysiske" ekvivalensklassene som er inkludert i m, det vil si trekker fra $\varphi(m)$, står vi igjen med en ikke-tom mengde $m-\varphi(m)$. Elementene i denne mengden må alle være med i visse fysiske ekvivalensklasser. Disse kan ikke være inkludert i m, i så fall ville de være inkludert i $\varphi(m)$. Disse ekvivalensklassene må derfor overlappe med $m-\varphi(m)$. Mengden av de diverse x-m der $x\hat{e}EFys^*$ og der vi har at $x\Omega(m-\varphi(m))\neq\emptyset$ betegner vi med $(\Phi;f)(m)$.

Anta m er et element i $EFys^*$. Da betegner vi på tilsvarende vis mengden av alle de x-m der $x\hat{e}EMen^*$ og der $x\Omega(m-\psi(m)) \neq \emptyset$ med $(\Phi;e)(m)$.

Den formelle definisjonen av disse to mengdene $(\Phi;e)(m)$ og $(\Phi;f)(m)$ der m er en mengde med mulige verdener, formulerer vi slik:

Definisjon 7.4.2
Er m en vilkårlig delmengde av I setter vi:
(i) $(\Phi;f)(m) = Mg(x\text{-}m : x\hat{e}EFys^* \ \& \ x\Omega(m-\varphi(m)) \neq \emptyset)$
(ii) $(\Phi;e)(m) = Mg(x\text{-}m : x\hat{e}EMen^* \ \& \ x\Omega(m-\psi(m)) \neq \emptyset)$

Merk at i disse to definisjonene kan m være en hvilken som helst delmengde av I. Det bør bemerkes at mengden av de $x\hat{e}EFys^*$ der vi har at $x\Omega(m-\varphi(m))\neq\emptyset$ i prinsippet kan ha et hvilket som helst kardinaltall. Mengden kan også være tom. I så fall vil $m=\varphi(m)$. En tilsvarende bemerkning kan gjøres om mengden av de $x\hat{e}EMen^*$ der $x\Omega(m-\psi(m))\neq\emptyset$.

Vi definerer en sekvens $<\Gamma;n(a)>/n\hat{e}N/$ der a enten er et element i $EMen^*$ eller et element i $EFys^*$ ved induksjon på den følgende måte:

Definisjon 7.4.3

(i) $\Gamma;0(a) = \{a\}$
(ii) $\Gamma;(n+1)(a) = UN(Mg((\Phi;f)(x) : x\hat{e}\Gamma;n(a)))$ om n=0 eller n er et like tall
(iii) $\Gamma;(n+1)(a) = UN(Mg((\Phi;e)(x) : x\hat{e}\Gamma;n(a)))$ om n er et odde tall

Studerer man denne definisjonen litt nærmere ser man at $\Gamma;n(a)$ for $n\hat{e}N$ er en mengde av mengder. Ser man så på summen av de diverse $\Gamma;n(a)$ etter som n gjennomløper N ser man også at denne summen, $UN/n\hat{e}N/(\Gamma;n(a))$ er en mengde av mengder. Man ser også lett at dersom man tar unionen av alle mengdene i $UN/n\hat{e}N/(\Gamma;n(a))$, der a for eksempel er med i $EMen^*$, vil denne unionen være en mengde med mulige verdener.

Vi er nå i stand til å formulere presist det som er hovedresultatet i denne paragrafen. Resultatet er dette: Man har $(U(EMen) - \{t,k\}) \Omega (U(EFys) - \{t,k\})=\emptyset$ hvis og bare hvis man har for ethvert element $a\hat{e}EMen^*$ at $UN[UN/n\hat{e}N/(\Gamma;n(a))] = I$. Dette er det ene resultatet om man tenker seg at man starter sekvensen $\Gamma;n(a)$ ved å ta sitt utgangspunkt i et element i $EMen^*$. Man har imidlertid også at $(U(EMen) - \{t,k\}) \Omega (U(EFys) - \{t,k\})=\emptyset$ holder hvis og bare hvis det gjelder for ethvert $a\hat{e}EFys^*$ at $UN[UN/n\hat{e}N/(\Gamma;n(a))] = I$. Det er altså det samme hvilke av de to partisjonene $EMen^*$ og $EFys^*$ man tar sitt utgangspunkt i.

© Morten Rognes 2011

Vi skal senere gi et detaljert bevis for dette hovedresultatet og endel relaterte resultater som kaster et visst lys over sekvensen <Γ;n(a)>/nêN/. Imidlertid skal vi først studere litt nærmere egenskapene til funksjonene φ, ψ, (Φ;f) og (Φ;e).

Det kan være gunstig å starte med den følgende sats:

Teorem 7.4.1 Anta (U(EMen)-{t,k})Ω (U(EFys)-{t,k}) =ø. Da har man at følgende holder:

(i) mêEMen* → φ(m) SInkl m
(ii) mêEMen* → (Φ;f)(m) ≠ø
(iii) mêEMen* → (xê(Φ;f)(m) → x≠ø)
(iv) mêEMen* → (x≠y & x,yê(Φ;f)(m) → xΩy = ø)

Bevis: *Ad (i)*: Anta forutsetningen holder og anta at (1) mêEMen*. Vi har i lys av definisjonen av φ at φ(m) = UN(Mg(x: xêEFys* & x Inkl m)). Det følger at φ(m) Inkl m. Anta nå for reduktio ad absurdum at (2) φ(m) = m. Da har vi, om vi setter c= Mg(x: xêEFys* & x Inkl m) at c Inkl EFys* og at φ(m)=UN(c). Fra dette og definisjonen av U(EFys) følger da (3) μ;-1(φ(m))êU(EFys). Siden mêEMen* følger at ø≠m SInkl I og derfor at ¬(μ;-1(m) ê{t,k}). Vi har derfor at (4) μ;-1(m)ê(U(EMen)-{t,k}). Men i fra (2) følger μ;-1(φ(m)) = μ;-1(m). Fra dette, (3) og (4) kan vi imidlertid slutte at

(U(EMen)-{t,k})Ω (U(EFys)-{t,k}) ≠ø

Dette strider mot forutsetningen i satsen. Dermed har vi vist at punkt (i) holder.

Ad (ii): Anta (1) mêEMen*. Da har vi fra punkt (i) at φ(m) SInkl m. Dette impliserer at (2) (m-φ(m))≠ø Fra dette følger at det finnes w der (3) wêI & wê(m-φ(m)) Siden EFys* representerer en partisjon av I har vi at det må finnes x slik at (4) wêx & xêEFys*. Fra dette følger sammen med (3) at (5) xêEFys* & xΩ(m-φ(m))≠ø. Vi må åpenbart ha at det finnes noe y slik at (6) y=x-m. Fra dette (5) og definisjonen av (Φ;f) følger at yê(Φ;f) (m) og derfor at (Φ;f)(m)≠ø. Dette viser at punkt (ii) holder.

Ad (iii): Anta (1) mêEMen* og at (2) xê(Φ;f)(m). Fra (2) og definisjonen (Φ;f)(m) følger det da at det finnes y slik at (3) x=(y-m) & yêEFys* & yΩ(m-φ(m)) ≠ ø. Anta for reduktio ad absurdum at y Inkl m. Da har vi i lys av definisjon av φ(m), siden yêEFys*, at (4) y Inkl φ(m). Fra den siste konjunkten i (3) følger det at det finnes w slik at wêy & wê(m-φ(m)). Fra dette og (4) følger wêφ(m) & ¬(wêφ(m)) som åpenbart er umulig. Det følger at ¬(y Inkl m). Men da må det finnes w' der w'ê(y-m)=x. Herav har man så at x≠ø. Dette viser at punkt (iii) holder.

Ad (iv): Anta (1) mêEMen* og (2) x≠y & x,yê(Φ;f)(m). Fra (2) har man ved hjelp av definisjonen av Φ;f at det finnes z,z' der:

(3.1) x= z-m & zêEFys* & zΩ(m-φ(m)) ≠ø
(3.2) y= z'-m & z'êEFys* & z'Ω(m-φ(m)) ≠ø

Siden x≠y følger det ved hjelp av de første konjunktene i henholdsvis (3.1) og (3.2) at z ≠ z' . Siden EFys* er en partisjon av I og z,z'êEFys* følger at (4) zΩz'=ø. Fra (3.1) og (3.2) følger x Inkl z og y Inkl z'. Fra dette og (4) kan man slutte at xΩy=ø. Dette viser at punkt (iv) i satsen holder. Vi har dermed gitt et fullstendig bevis. **QED**.

© Morten Rognes 2011

En helt tilsvarende sats som den ovenfor gjelder for Φ;e:

Teorem 7.4.2 Anta (U(EMen)-{t,k})Ω (U(EFys)-{t,k}) =ø. Da har man at følgende holder:

(i) mêEFys* → ψ(m) SInkl m
(ii) mêEFys* → (Φ;e)(m) ≠ø
(iii) mêEFys* → (xê(Φ;e)(m) → x≠ø)
(iv) mêEFys* → (x≠y & x,yê(Φ;e)(m) → xΩy = ø)

Beviset for dette teoremet har nøyaktig samme struktur som det for Teorem 6.4.1. Det er derfor ingen grunn til å gi noen detaljert versjon av det. Det eneste man behøver å gjøre er å bytte ut alle forekomster av "EFys*" med "EMen*" og alle forekomster av "EMen*" med "EFys*". Dessuten skriver man "Φ;e" overalt hvor det står "Φ;f" og "ψ" overalt hvor det står "φ". Da får man setning for setning et bevis for Teorem 6.4.2

Det følgende teorem er av mer marginal interesse:

Teorem 7.4.3 Anta dessuten at aêEMen* og det finnes kêN der vi har at Γ;k(a) =ø. Da har man: (Aj)(j>=k → Γ;j(a) =ø)

Bevis: Vi skal først vise: (1) (Ak)(kêN → (Γ;k(a)=ø → Γ;(k+1)(a)=ø))
Anta derfor (2) kêN & Γ;k(a)=ø. Siden Γ;0(a) = {a} ≠ø må man ha at k>0. Det er da to muligheter alt ettersom k er et like tall eller k er et oddetall.

Tilfelle a: k er et like tall. Da har vi ved hjelp av definisjonen av Γ at Γ;(k+1)(a) = UN(Mg((Φ;f)(x): xêΓ;k(a))). Ved hjelp av (2) følger fra dette:

Γ;(k+1)(a) = UN(Mg((Φ;f)(x): xêø)) = UN(ø) =ø

Satsen holder derfor i dette tilfellet.

Tilfelle b: k er et oddetall. Da har vi, igjen ved hjelp av definisjonen av Γ, at Γ;(k+1)(a) = UN(Mg((Φ;e)(x): xêΓ;k(a))). Ved hjelp av (2) følger da:

Γ;(k+1)(a) = UN(Mg((Φ;e)(x): xêø)) = UN(ø) =ø

I begge tilfellene har vi at Γ;(k+1)(a)=ø. Dette viser at (1) holder.

Anta at forutsetningen i satsen holder. Da har vi at (3) Γ;k0(a) for noe k0êN. Sett per definisjon:

(4) F(n) ↔ Γ;(k0+n)(a)=ø

Da har vi åpenbart i lys av (3) at (5) F(0). Ved hjelp av (1) og (4) ser man at vi også har:

(Aj)(jêN →(F(j) → F(j+1)). Fra dette og (5) følger ved induksjon (Aj)(jêN → F;j(a)=ø). Fra dette og (4) har man: (Aj)(jêN → Γ;(k0+j)(a)=ø). Herav har man naturligvis: (Aj)(j >=k0 → Γ;j(a)=ø). **QED**.

Anta aêEMen*. Vi betrakter sekvensen <Γ;n(a)>/nêN/. Er x et element i EFys* ønsker vi å definere hva som menes med at *x inngår i sekvensen* <Γ;n(a)>/nêN/. Tilsvarende ønsker vi å definere hva som menes med at *x inngår i sekvensen* <Γ;n(a)>/nêN/ om x er med i EMen*

Definisjon 7.4.4

Anta xêEFys*. Da sier vi at *x inngår i sekvensen* <Γ;n(a)>/nêN/ , der aêEMen*, hvis og bare hvis vi har at det finnes et like tall n, og det finnes noe y, der yêΓ;n(a), slik at man

© Morten Rognes 2011

enten har at x Inkl y eller man har at xΩ(y-φ(y))≠ø.

På tilsvarende vis defineres hva som menes med at *x inngår i sekvensen* <Γ;n(a)>/nêN/ om xêEMen*:

Definisjon 7.4.5
Anta xêEMen*. Da sier vi at *x inngår i sekvensen* <Γ;n(a)>/nêN/ , der aêEMen*, hvis og bare hvis vi har at det finnes et odde tall n, og det finnes noe y, der yêΓ;n(a), slik at man enten har (i) x Inkl y , eller man har (ii) xΩ(y-ψ(y))≠ø , eller man har (iii) x=a

Vi betegner mengden av alle de xêEFys* som inngår i <Γ;n(a)>/nêN/ der aêEMen* med *F;*a. Mengden alle de xêEMen* som inngår i <Γ;n(a)>/nêN/ (aêEMen*) betegner vi med *M;*a.

Vi skal nå gi bevis for den følgende sats:

Teorem 7.4.4 Anta aêEMen*. Da har man: UN(*F;*a U *M;*a) = UN(UN/nêN/(Γ;n(a)))

Bevis: Anta aêEMen*.

A. Vi tar først for oss inklusjonen mot høyre. Anta for vilkårlig w at wê UN(*F;*a U *M;*a). Da har vi at det finnes x0 der (3) x0ê (*F;*a U *M;*a) og (4) wêx0. Siden (3) holder skiller vi mellom to tilfelle ettersom x0ê*F;*a eller xê*M;*a:

Tilfelle 1: Da har vi (5) x0ê*F;*a. Det følger i så fall at (6) x0êEFys* og at (7) x inngår i sekvensen <Γ;n(a)>/nêN/. Dette siste innebærer at det finnes et tall n og en mengde y der vi har at (8) n er et like tall og (9) y êΓ;n(a). Dessuten må vi enten ha x0 Inkl y eller x0Ω(y-φ(y)) ≠ ø. Det følger at vi må skille mellom to undertilfeller:

Undertilfelle 1.1: (10) x0 Inkl y. Siden yêΓ;n(a) følger det at (11) y Inkl UN(Γ;n(a)). Siden vi videre har at Γ;n(a) Inkl UN/nêN/(Γ;n(a)) har vi :

(12) UN(Γ;n(a)) Inkl UN(UN/nêN/(Γ;n(a)))

Fra (10), (11) og (12) kan man slutte: x0 Inkl y Inkl UN(UN/nêN/(Γ;n(a))). Men fra dette og (4) følger åpenbart wêUN(UN/nêN/(Γ;n(a))).

Undertilfelle 1.2: (13) x0Ω(y-φ(y)) ≠ ø. I lys av (4) har vi wêx0. Det er da to muligheter nemlig at wê(x0-y) eller wê(x0Ωy).

I det første tilfelle har vi i lys av definisjonen av Φ;f at (14) (x0-y)ê(Φ;f)(y). Dessuten har vi i lys av (9) at yêΓ;n(a). Dette og (14) impliserer (Ez)((x0-y)ê(Φ;f)(z) & zêΓ;n(a)). Fra dette kan man så slutte:
(15) (x0-y)êUN(Mg((Φ;f)(y): yêΓ;n(a)) = Γ;(n+1)(a). Siden wê(x0-y) i dette tilfellet har vi at wêUN(Γ;(n+1)(a)) Inkl UN(UN/nêN/(Γ;n(a))).

I det andre tilfellet har vi wêy og derfor wêy Inkl UN(Γ;n(a)) Inkl UN(UN/nêN/(Γ;n(a))). Det følger at wêUN(UN/nêN/(Γ;n(a))).

Tilfelle 2: Da har vi x0ê*M;*a. Da har vi ved hjelp av definisjonen av *M;*a at det finnes n og y der vi har (16) yêΓ;n(a) og n er et oddetall, og hvor man har at en av de følgende påstander holder:

(17.1) x0=a
(17.2) x0 Inkl y
(17.3) x0Ω(y-ψ(y))≠ø

I overenstemmelse med dette skjelner vi mellom tre undertilfelle:

© Morten Rognes 2011

Undertilfelle 2.1: x0=a. I dette tilfelle har vi i lys av definisjonen av Γ at{a}=Γ;0(a). Det følger fra dette, i lys av (4), at (18) wêx0 Inkl UN({a})= UN(Γ;0(a)). Men Γ;0(a) Inkl UN/nêN/(Γ;n(a)). Derfor følger UN(Γ;0(a)) Inkl UN(UN/nêN(Γ;n(a))). Fra dette og (18) følger så det som ønskes: wêUN(UN/nêN(Γ;n(a))).

Undertilfelle 2.2: I dette tilfelle har vi (19) x0 Inkl y. Siden yêΓ;n(a) følger det at (20) y Inkl UN(Γ;n(a)). Siden vi videre har at Γ;n(a) Inkl UN/nêN/(Γ;n(a)) har vi :

(21) UN(Γ;n(a)) Inkl UN(UN/nêN/(Γ;n(a)))

Fra (19), (20) og (21) kan man slutte: x0 Inkl y Inkl UN(UN/nêN/(Γ;n(a))). Men fra dette og (4) følger åpenbart wêUN(UN/nêN/(Γ;n(a))).

Undertilfelle 2.3: I dette tilfelle har vi: (22) x0Ω(y-ψ(y)) ≠ ø. I lys av (4) har vi wêx0. Det er da to muligheter nemlig at wê(x0-y) eller wê(x0Ωy).

I det første tilfelle har vi i lys av definisjonen av Φ;f at (23) (x0-y)ê(Φ;e)(y). Dessuten har vi i lys av (16) at yêΓ;n(a). Dette og (23) impliserer

(24) (Ez)((x0-y)ê(Φ;e)(z) & zêΓ;n(a)). Fra dette kan man så slutte:

(25) (x0-y)êUN(Mg((Φ;e)(y): yêΓ;n(a)) = Γ;(n+1)(a). Siden wê(x0-y) i dette tilfellet har vi at wêUN(Γ;(n+1)(a)) Inkl UN(UN/nêN/(Γ;n(a))).

I det andre tilfellet har vi wêy og derfor

wêy Inkl UN(Γ;n(a)) Inkl UN(UN/nêN/(Γ;n(a))). Det følger at wêUN(UN/nêN/(Γ;n(a))).

Man ser at vi i alle tilfelle har wêUN(UN/nêN/(Γ;n(a))). Dette viser at inklusjonen mot høyre i satsen holder.

B. Vi tar så for oss inklusjonen mot venstre. Anta for vilkårlig w at

(1) wêUN(UN/nêN/(Γ;n(a))). Da må det finnes x0 der man har:

(2) wêx0 & x0êUN/nêN/(Γ;n(a)). Den siste konjunkten i (2) impliserer at det finnes k der

(3) x0êΓ;k(a) & kêN. Vi skiller nå mellom to hovedtilfelle ettersom k=0 eller k>0.

Tilfelle 1: k=0. Da har vi ved hjelp av (3) at x0êΓ;0(a) = {a} og derfor at x0=a. Men aêEMen*. Da x0êEMen*. Ved hjelp av definisjonen av *M;*a følger det at x0ê*M;*a, og derfor, siden wêx0, at wêUN(*M;*a) Inkl UN(*M;*a U *F;*a).

Tilfelle 2: k>0. Vi skiller da igjen mellom to undertilfelle ettersom k er et like eller odde tall.

Undertilfelle 2.1: k er et odde tall. Siden k>0 har vi da i lys av definisjonen av Γ at Γ;k(a) = UN(Mg((Φ;f)(x): xêΓ;(n-1)(a))). Fra dette og (3) følger det at det finnes y slik at x0ê(Φ;f)(y) & yêΓ;(n-1)(a). Fra dette følger i sin tur ved hjelp av definisjonen av Φ;f at det finnes z der vi har (4) x0= z-y & zêEFys* & zΩ(y-φ(y))≠ø. Fra dette og Definisjon 7.4.4 følger at z inngår i <Γ;n(a)>/nêN/. Vi har derfor zê*F;*a og derfor i lys av (2) og (4) at wêz & zê*F;*a U *M;*a. Det følger at wêUN(*F;*a U *M;*a) som er det vi ønsker.

Undertilfelle 2.2: k er et like tall. Siden k>0 har vi da i lys av definisjonen av Γ at Γ;k(a) = UN(Mg((Φ;e)(x): xêΓ;(n-1)(a))). Fra dette og (3) følger det at det finnes y slik at x0ê(Φ;e)(y) & yêΓ;(n-1)(a). Fra dette følger i sin tur ved hjelp av definisjonen av Φ;e at det finnes z der vi har (5) x0= z-y & zêEMen* & zΩ(y-ψ(y))≠ø. Fra dette og Definisjon 7.4.5 følger at z inngår i <Γ;n(a)>/nêN/. Vi har derfor zê*M;*a og derfor i lys av (2) og (5) at wêz & zê*F;*a U *M;*a. Det følger at wêUN(*F;*a U *M;*a) som er det vi ønsker.

Vi har nå vist at inklusjonene begge veier holder og har dermed levert et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Teorem 7.4.5 Anta aêEMen*. Da har man: UN(*M;*a) = UN(*F;*a)

© Morten Rognes 2011

Bevis: Anta aêEMen*.

A. Vi beviser først inklusjonen mot høyre. Anta derfor for vilkårlig w at (1) wêUN(*M;*a). Da følger det at finnes x der (2) wêx & xêEMen* og hvor x inngår i sekvensen <Γ;n(a)>/nêN/. Vi må i såfall skille mellom to tilfeller:

Tilfelle 1: (3) x=a. Sett per definisjon:

(4) q= Mg(x: xêEFys* & x Inkl a)U Mg(x: xêEFys* & xΩ(a-φ(a))≠ø)

Da har vi åpenbart i lys av definisjonen av *F;*a at (5) q Inkl *F;*a. Siden wêx har vi at wêa ifølge (3). Siden wêI følger at det må finnes noe y der (6) yêEFys* & wêy. Det er to muligheter:

Undertilfelle 1.1: y Inkl a Da har vi i lys av (4) og (6) at yêq og derfor at (7) y Inkl UN(q). Men q Inkl *F;*a, derfor har vi UN(q) Inkl UN(*F;*a). Dette og (7) impliserer y Inkl UN(*F;*a). Fra dette og den siste konjunkten i (6) har vi wêUN(*F;*a) som er det vi ønsker.

Undertilfelle 1.2: ¬(y Inkl a). Siden wêy og wêx=a har vi (8) wêyΩa. Vi må også ha at yΩφ(a)=ø. For fantes det w' slik at w'êy & w'êφ(a) ville vi ha, i lys av definisjonen av φ(a), at w' ê UN(Mg(z: zêEFys* & z Inkl a)). Da ville det finnes z slik at (9) w'êz & zêEFys* & z Inkl a. Siden EFys* er en partisjon av I ville vi ha y=z Inkl a siden w 'êy & w'êz. Men dette er åpenbart umulig siden vi i dette tilfelle antar ¬(y Inkl a). Det følger at yΩ(a-φ(a))≠ ø og derfor at yêq. Det følger siden wêq at wêUN(q). Siden q Inkl *F;*a følger UN(q) Inkl UN(*F;*a). Vi må derfor ha at wêUN(*F;*a) også i dette tilfellet.

Tilfelle 2: Det finnes et oddetall k og noe y slik at (10) yêΓ;k(a) og der vi har (11) (x Inkl y) v (xΩ(y-ψ(y))≠ø). Siden k er et oddetall har vi at k-1 er et like tall. Fra (10) og definisjonen av Γ følger derfor

(12) Γ;k(a) = UN((Φ;f)(x): xêΓ;(k-1)(a))

Fra dette og (10) følger at det finnes z der: (13) yê(Φ;f)(z) & zêΓ;(k-1)(a). I lys av definisjonen av Φ;f impliserer den første konjunkten i (13) at det finnes q der:

(14) y=(q-z) & qêEFys* & qΩ(z-φ(z))≠ø

Fra (14) og definisjonen av *F;*a følger det at (15) qê *F;*a. Vi må imidlertid vise at wêUN(*F;*a).

I henhold til (11) skiller vi mellom to undertilfelle:

Undertilfelle 2.1: x Inkl y I dette tilfelle har vi ved hjelp av (2) og (14) at wêx Inkl y Inkl q. Derfor har vi wêq. Siden qê *F;*a følger at wêUN(*F;*a).

Undertilfelle 2.2: xΩ(y-ψ(y))≠ø. Siden yêΓ;k(a) og xêEMen* (i følge (2)) har vi i lys av definisjonen av Φ;e at (x-y)ê(Φ;e)(y). Det følger at (x-y)ê Γ;(k+1)(a). Siden wêx har vi enten wêxΩy eller wê(x-y). Vi skiller derfor mellom ytterligere to undertilfeller:

Undertilfelle 2.2.1: wêxΩy. I så fall har vi wêxΩy Inkl y Inkl q. Siden qê *F;*a i følge (15), har vi wêUN(*F;*a) som er det vi ønsker.

Undertilfelle 2.2.2: wê(x-y). Siden wêI må det finnes r slik at rêEFys* &wêr. Nå har vi (x-y)êΓ;(k+1)(a) og at k+1 er et like tall siden k er et odde. Har vi derfor r Inkl (x-y) følger det fra definisjonen av *F;*a at rê*F;*a og derfor, siden wêr, at wêUN(*F;*a).

Har vi på den annen side at ¬(r Inkl (x-y)) har vi, siden wê(x-y) & wêr at wê r Ω((x-y)-φ(x-y)). Siden (x-y)êΓ;(k+1), der k+1 er et like tall, har vi wêr & rê*F;*a. Det følger at wêUN(*F;*a).

I alle tilfelle har vi wêUN(*F;*a). Det følger at inklusjonen mot høyre i satsen holder.

© Morten Rognes 2011

B. Vi beviser dernest inklusjonen mot venstre. Anta derfor for vilkårlig w at (1) wêUN(*F;a*). Da følger det at finnes x der (1.1) wêx & xêEFys* og hvor x inngår i sekvensen <Γ;n(a)>/nêN/. Det må i så fall finnes et like tall k og noe y slik at (2) yêΓ;k(a) og der vi har (3) (x Inkl y) v (xΩ(y-φ(y))≠ø). Siden k er et like har vi at k-1 er et odde tall. Fra (1.1) og definisjonen av Γ følger derfor

(4) Γ;k(a) = UN((Φ;e)(x): xêΓ;(k-1)(a))

Fra dette og (2) følger at det finnes z der: (5) yê(Φ;e)(z) & zêΓ;(k-1)(a). I lys av definisjonen av Φ;e impliserer den første konjunkten i (13) at det finnes q der:

(6) y=(q-z) & qêEMen* & qΩ(z-ψ(z))≠ø

Fra (6) og definisjonen av *M;a* følger det at (7) qê *M;*a. Vi må imidlertid vise at wêUN(*M;*a).

I henhold til (3) skiller vi mellom to tilfelle:

Tilfelle 1: x Inkl y I dette tilfelle har vi ved hjelp av (2) og (6) at wêx Inkl y Inkl q. Derfor har vi wêq. Siden qê *M;*a følger at wêUN(*M;*a).

Tilfelle 2: xΩ(y-φ(y))≠ø. Siden yêΓ;k(a) og xêEFys* (i følge (2) og (1.1)) har vi i lys av definisjonen av Φ;f at (x-y)ê(Φ;f)(y). Det følger at (x-y)ê Γ;(k+1)(a). Siden wêx har vi enten wêxΩy eller wê(x-y). Vi skiller derfor mellom ytterligere to undertilfeller:

Undertilfelle 2.1: wêxΩy. I så fall har vi wêxΩy Inkl y Inkl q. Siden qê *M;*a i følge (7), har vi wêUN(*F;*a) som er det vi ønsker.

Undertilfelle 2.2: wê(x-y). Siden wêI må det finnes r slik at rêEMen* &wêr. Nå har vi (x-y)êΓ;(k+1)(a) og at k+1 er et odde tall siden k er et like tall. Har vi derfor r Inkl (x-y) følger det fra definisjonen av *M;*a at rê*M;*a og derfor, siden wêr, at wêUN(*M;*a).

Har vi på den annen side at ¬(r Inkl (x-y)) har vi, siden wê(x-y) & wêr at wê r Ω((x-y)-ψ(x-y)). Siden (x-y)êΓ;(k+1), der k+1 er et odde tall, har vi wêr & rê*M;*a. Det følger at wêUN(*M;*a).

I alle tilfelle har vi wêUN(*M;*a). Det følger at inklusjonen mot venstre i satsen holder. Der med har vi gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Vi kommer nå til den første delen av vårt hovedresultat i denne paragrafen. Vi skal gi bevis for den følgende sats som angir tre nødvendige betingelser for at

(U(EMen)-{t,k})Ω (U(EFys)-{t,k})=ø holder. Satsen er denne:

Teorem 7.4.6 Anta (U(EMen) -{t,k})Ω (U(EFys) -{t,k})=ø. Da har man for alle aêEMen* at følgende holder:

(a) UN(*M;*a) = I = UN(*F;*a)

(b) UN(*M;*a U *F;*a) = I

(c) UN(UN/nêN/(Γ;n(a))) = I

Bevis: Når det gjelder punkt (b) følger dette umiddelbart fra (a). (c) følger fra (b) og et av våre tidligere teoremer, nemlig Teorem 7.4.4. Det vil være tilstrekkelig å vise (a):

Anta (1) (U(EMen)-{t,k})Ω (U(EFys)-{t,k}) = ø og dessuten (2) aêEMen*. Da er det åpenbart at *M;*a ≠ø og at *F;*a ≠ø. Siden vi har *M;*a Inkl EMen* og *F;*a Inkl EFys* følger det at (3) k≠ μ;-1(UN(*M;*a)) ê U(EMen) og (4) k≠μ;-1(UN(*F;*a))êU(EFys). Det følger fra dette , (1) og Teorem 7.4.5 at μ;-1(UN(*M;*a)) = t = μ;-1(UN(*F;*a)). Siden t= μ;-1(I) kan vi slutte at (a) holder. **QED**.

© Morten Rognes 2011

Teorem 7.4.7 Anta aêEMen* og at UN(UN/nêN/(Γ;n(a)))=I. Da har man at
(a) *M;*a = EMen*
(b) *F;*a = EFys*

Bevis: *Ad (a)*: I lys av definisjonen av *M;*a skulle det være klart at *M;*a Inkl EMen*. Vi viser derfor bare at (1) EMen* Inkl *M;*a. Anta derfor for vilkårlig x at (2) xêEMen*. Siden EMen* er en partisjon av I følger det at x≠ø, og derfor at det finnes noe w der vi har:
(3) wêI & wêx. Siden wêI har vi ved hjelp av den andre forutsetningen at
wêUN(UN/nêN/(Γ;n(a))). Fra dette følger at det finnes noe y der man har:
(4) wêy & yêUN/nêN/(Γ;n(a)). Fra den siste konjunkten i (4) følger det i sin tur at det finnes k slik at (5) kêN & yêΓ;k(a). Det er to muligheter når det gjelder k. Vi har enten k=0 eller k>0. I overenstemmelse med dette skille vi mellom to tilfelle:

Tilfelle 1: k=0. Det følger da fra (5) at yêΓ;0(a). Fra dette og definisjonen av sekvensen Γ kan man da slutte at yê{a} og derfor at y=a. Siden wêy ifølge (4), og wêx følger, siden a,x êEMen* at x=a. Fra dette kan man så slutte ved hjelp av definisjonen av *M;*a at xê*M;*a.

Tilfelle 2: k>0. Vi skiller da mellom to undertilfelle alt ettersom k er et oddetall eller k er et like tall.

Undertilfelle 2.1: k er et oddetall. Siden wêy har vi enten wê(y- ψ(y)) eller wêyΩψ(y). Siden ψ(y) Inkl y er den siste muligheten ekvivalent med wêψ(y). Vi skiller derfor mellom ytterligere to undertilfelle:

Undertilfelle 2.1.1: wê(y-ψ(y)). Det må i så fall finnes en sêEMen* slik at
(6) wês. Da har vi (7) sΩ(y-ψ(y)) ≠ ø. Siden wêx & wês & x,sêEMen* følger det at x=s. Derfor har vi xΩ(y-ψ(y)) ≠ø. Fra dette, det at yêΓ;k(a) og det at k er et oddetall følger ved hjelp av definisjonen av *M;*a at xê*M;*a.

Undertilfelle 2.1.2: wêψ(y) = UN(Mg(z: zêEMen* & z Inkl y)) Fra dette følger at det finnes noe s slik at (8) sêEMen* & s Inkl y & wês. Siden vi videre har at wêx & xêEmen* følger det at x=s. Fra dette og (8) har vi x Inkl y. Fra dette, det at yêΓ;k(a) og k er et oddetall følger at xê*M;*a.

Undertilfelle 2.2: k er et like tall. Da har vi selvfølgelig at k-1 er et oddetall. Vi har i så fall ved hjelp av definisjonen av Γ at (9) Γ;k(a) = UN(Mg(Φ;e(z): zêΓ;(k-1)(a))). Siden yêΓ;k(a) følger det ved hjelp av (9) at det må finnes noe z slik at

(10) yêΦ;e(z) & zêΓ;(k-1)(a) Ved hjelp av definisjonen av Φ;e kan man fra (10) slutte at det finnes s slik at (11) y= (s-z) & sêEMen* & sΩ(z-ψ(z)) ≠ ø. Siden wêy følger ved hjelp av (11) at wês. Siden vi dessuten har at sêEMen* & xêEMen* & wêx følger det at x=s. Fra dette og (11) følger xΩ(z-ψ(z)) ≠ø. Siden zêΓ;(k-1)(a) der k-1 er et oddetall kan vi ved hjelp av definisjonen av *M;*a slutte at xê*M;*a.

Man ser at vi i alle tilfellene har at xê*M;*a. Siden x var et vilkårlig element i EMen* følger det at EMen* Inkl *M;*a. Dette viser at punkt (a) i satsen holder.

Ad (b): I lys av definisjonen av *F;*a er det åpenbart at *F;*a Inkl EFys*. Vi behøver derfor bare å bevise inklusjonen den andre veien, nemlig: (1) EFys* Inkl *F;*a . Anta derfor for vilkårlig x at (2) xêEFys*. Siden EFys* er en partisjon av I er hvert element i denne mengden en ikke-tom mengde. Vi har derfor at det finnes w der (3) wêI & wêx. Siden wêI har vi i lys av den andre forutsetningen i satsen, I = UN(UN/nêN/(Γ;n(a))), at det må finnes noe y der:
(4) wêy & yêUN/nêN/(Γ;n(a)). Den siste konjunkten impliserer at det finnes k slik at

© Morten Rognes 2011

(5) yêΓ;k(a) & kêN.

Det er to muligheter når det gjelder k, nemlig k=0 eller k>0. Vi skiller derfor mellom to tilfelle:

Tilfelle 1: k=0. Det følger da ved hjelp av (5) at yêk;0(a) ={a}. Vi har da ved hjelp av den første forutsetningen at y=aêEMen*. På den annen side har vi i henhold til (4) at wêy. Det er nå to muligheter når det gjelder x: (i) x Inkl y. I såfall har vi ved hjelp av definisjonen av *F;*a, siden yêΓ;0(a) og k er et like tall, at xê*F;*a. (ii) ¬(x Inkl y). Siden wêy og wêx har vi xΩy≠ø. Vi kan ikke ha wêφ(y). For i så fall ville vi ha wêUN(Mg(z: zêEFys* & z Inkl y)). Da ville det finnes s slik at wês & sêEFys* & s Inkl y. Siden wêx & xêEFys* ville det da følge at x=s og derfor x Inkl y. Dette er umulig i dette tilfelle. Siden wêxΩy & ¬(wêφ(y)) følger det at wêxΩ(y-φ(y)) og derfor at xΩ(y-φ(y)) ≠ø. Siden yêΓ;0(a) og 0 er et like tall har vi ved hjelp av definisjonen av *F;*a at xê*F;*a.

Tilfelle 2: k>0. Vi skiller mellom to undertilfeller ettersom k er et like eller et odde tall.

Undertilfelle 2.1: Siden wêy skiller vi igjen mellom to undertilfelle ettersom wêφ(y) eller ikke.

Undertilfelle 2.1.1: wêφ(y). I så fall følger det at

(6) wêUN(Mg(z: zêEFys* & z Inkl y)). Da må det finnes s der vi har: wês & sêEFys* & s Inkl y. Siden s,xêEFys* & wêsΩx følger det at x=s Inkl y. Men siden yêΓ;k(a) og k er et like tall følger det da at xê*F;*a.

Undertilfelle 2.1.2: wê(y-φ(y)). Siden wêx følger da at xΩ(y-φ(y))≠ø. Siden yêΓ;k(a) der k er et like tall følger det ved hjelp av definisjonen av *F;*a at xê*F;*a.

Undertilfelle 2.2: k er et odde tall. Da har vi i lys av definisjonen av Γ at

(7) Γ;k(a) = UN(Mg(Φ;f(z): zêΓ;(k-1)(a)). Siden yêΓ;k(a) følger ved hjelp av (7) at det finnes z der yêΦ;f(z) & zêΓ;(k-1)(a). Fra dette følger i sin tur at det finnes s slik at

(8) y =s-z & sΩ(z-φ(z))≠ø & sêEFys*. Siden wêy i følge (4) følger det wês. Siden wêx har vi wêxΩs & s,xêEFys*. Fra dette følger at s=x og derfor at xΩ(z-φ(z)) ≠ø. Siden k-1 er et like tall og zêΓ;(k-1)(a) følger ved hjelp av definisjonen av *F;*a at xê*F;*a.

I alle tilfellene har vi xê*F;*a. Dette viser at EFys* Inkl *F;*a.
Vi har dermed gitt et fullstendig bevis for satsen. **QED**.

Den følgende sats representerer den andre delen av vårt hovedteorem.

Teorem 7.4.8 Anta (Aa)(aêEMen* → UN(UN/nêN/(Γ;n(a))) = I).
Da har man:
(U(EMen)-{t,k})Ω (U(EFys)-{t,k})=ø

Bevis: Anta forutsetningen i satsen holder og anta for reduktio ad absurdum at det finnes u0 der vi har:

(1) u0ê(U(EMen)-{t,k}) og (2) u0ê(U(EFys)-{t,k})

Fra (1) følger at det finnes en mengde c0 som oppfyller det følgende krav:

(3) ø≠ c0 SInkl EMen* & u0= μ;-1(UN(c0)).

Fra (2) følger det på samme måte at det finnes en mengde d0 der:

(4) ø≠d0 SInkl EFys* & u0 = μ;-1(UN(d0))

Fra (3), nærmere bestemt det at c0 SInkl EMen*, følger det at det finnes noe a0 der vi har:
(5) a0ê(EMen*- UN(c0)) Siden a0êEMen* følger ved hjelp av forutsetningen i satsen at

© Morten Rognes 2011

(6) UN(UN/nêN/(Γ;n(a0))) =I . Siden c0 SInkl EMen* følger det at UN(c0) Inkl I, og derfor, ved hjelp av (6), at (7) UN(c0) Inkl UN(UN/nêN/(Γ;n(a0))). Fra (3) følger at UN(c0)≠ø og derfor at det finnes noe w0 der vi har: (8) w0êUN(c0). Fra (7) følger:

(9) (Aw)(wêUN(c0) → (Ey)(wêy & (Ek)(kêN & yêΓ;k(a0))))

Fra dette og (8) følger:

w0êUN(c0) & (Ey)(Ek)(kêN & w0êy & yêΓ;k(a0))

Fra dette følger videre: (10) (Ek)(kêN & (Ey)(yΩUN(c0)≠ø & yêΓ;k(a0)))

La nå k være det minste naturlige tall som er slik at

(+) (Ey)(yΩUN(c0)≠ø & yêΓ;k(a0))

Fra (10) følger det at slikt naturlig tall k eksisterer. Det er to muligheter når det gjelder k. Man kan ha k=0 eller k>0. Vi skiller følgelig mellom to tilfelle:

Tilfelle 1: k=0. Da har vi ved hjelp av (+) at det må finnes y slik at

(11) yêΓ;0(a0) & yΩUN(c0) ≠ø. Fra den første konjunkten i (11) og definisjonen av Γ følger yê{a0} og derfor y=a0. Fra dette og den andre konjunkten følger a0ΩUN(c0)≠ø. Men dette strider åpenbart mot (5) siden EMen* er en partisjon av I. Det foreliggende tilfelle er derfor utelukket.

Tilfelle 2: k>0. Vi skiller mellom to undertilfeller alt ettersom k er et like eller odde tall.

Undertilfelle 2.1: k er et like tall. Da må k-1 >0 og vi har i såfall ved hjelp av definisjonen av Γ:

(12) Γ;k(a0) = UN(Mg(Φ;e(z): zêΓ;(k-1)(a0)))

Fra (+) følger naturligvis at det finnes y slik at (13) yΩUN(c0)≠ø & yêΓ;k(a0). Fra (12) og den siste konjunkten i (13) følger eksistensen av z der (14) yêΦ;e(z) & zêΓ;(k-1)(a0). Fra det forhold at yêΦ;e(z) kan man slutte ved hjelp av definisjonen av Φ;e at det må finnes s der vi har: (15) y = (s-z) & sêEMen* & sΩ(z-ψ(z)) ≠ø. Videre kan vi fra første halvdel av (13) slutte at det må finnes w0 der (16) w0êy & w0êUN(c0). Fra (15) og (16) følger (17) w0ês. Siden sêEMen* følger da sammen med (16) , man må erindre at EMen* er en partisjon av I, at (17.1) s Inkl UN(c0). Fra den siste delen av (15) har vi at det finnes w1 der: w1êsΩ(z-ψ(z)). Herav følger at w1êsΩz. Siden w1ês følger ved hjelp av (17.1) at w1êUN(c0). Det følger altså at vi har: (18) zΩUN(c0)≠ø. Men zêΓ;(k-1)(a0). Ved hjelp av (18) følger derfor: (Ey)(yΩUN(c0)≠ø & yêΓ;(k-1)(a0)). Siden k-1<k strider dette mot at k skulle være det minste tallet som oppfyller (+). Dette tilfellet leder derfor også til en motsigelse og er følgelig utelukket.

Undertilfelle 2.2: k er et odde tall. Da har man ved hjelp av definisjonen av Γ at

(19) Γ;k(a0) = UN(Φ;f(z): zêΓ;(k-1)(a0)))

Det følger fra (+) at det finnes y slik at (20) yΩUN(c0)≠ø & yêΓ;k(a0). Fra dette og (19) følger eksistensen av z der vi har (21) yêΦ;f(z) & zêΓ;(k-1)(a0). Fra (21) og definisjonen av Φ;f følger eksistensen av q slik at:

(22) y=q-z & qêEFys* & qΩ(z-φ(z)) ≠ ø

Fra (20) følger eksistensen av w0 der vi har: (23) w0êy & w0êUN(c0). Siden w0êy følger ved hjelp av (22) at man har: (24) w0êq & ¬(w0êz). Fra (22) følger det også at det må eksistere w1 der (25) w1êq & w1êz. Fra (3) og (4) følger:

(26) UN(d0) = UN(c0). Siden w0êUN(c0) har vi derfor at w0êUN(d0). Herav følger at det finnes noe s slik at w0ês & sêd0. Siden d0 Inkl EFys* har vi sêEFys*. Siden w0êq & qêEFys* følger, siden EFys* er en partisjon av I, at q=s. Siden w1êq i følge (25) følger w1êq=sêd0 og derfor w1êUN(d0). Ved hjelp av (26) og (25) har vi da

© Morten Rognes 2011

w1ê(zΩUN(c0)) og derfor zΩUN(c0)≠ø. Men zêΓ;(k-1)(a0) i følge (21). Det følger derfor at (27) (Ey)(yΩÛN(c0)≠ø & yêΓ;(k-1)(a0)). Men k skulle være det minste naturlige tall slik at (+). (27) strider mot denne påstanden. Det følger at også dette tilfellet leder til en motsigelse.

I alle tilfellene kan vi utlede motsigelser. Det følger at det ikke kan finnes noe u0 slik at både (1) og (2) holder. Dette avslutter beviset. **QED**.

§7.4.1 Streng uavhengighet mellom det mentale og det fysiske.

Hovedformålet med dette avsnittet er å undersøke noen påstander som er sterkere enn påstanden om at U;k(EMen) ikke har noen felles elementer med U;k(EFys).

La oss minne om at vi med en mulig mental historie forstår enhver funksjon i mengden (Pt(S)^P)^T. Her er S definert som tidligere i §5. Selve begrepet mental historie ble definert i den samme paragraf.

Vi sier at en mental historie gê(Pt(S)^P)^T foreligger realisert i verdenen w, i symboler "Real;m(g,w)" hvis og bare hvis vi har at følgende holder:

wêI & (Ax)(At)(xêP & têT → Mg(y: Frem;w(y,x,t)) = g(t)(x))

Man ser, som vi har bemerket tidligere, at det i enhver verden nødvendigvis må foreligge realisert en mental historie. Dessuten skulle det ikke være vanskelig å innse at denne totalhistorien er entydig bestemt. Man har altså om w er en mulig verden og g,g' er to mulige mentale totalhistorier at

Real;m(g,w) & Real;m(g',w) → g=g'

Videre ser man lett om man setter δ(w,t) = Mg(<x, Mg(y: Frem;w(y,x,t))>: xêP) at δ(w,t) er en funksjon i Pt(S)^P for alle verdener w og alle tidspunkter t. Setter man videre γ(w) = λ/têT/(δ(w,t)) følger det at γ(w)ê(Pt(S)^P)^T for alle wêI og dessuten at man har, for alle wêI, at Real;m(γ(w),w). I enhver verden må det derfor foreligge realisert en mental totalhistorie.

På tilsvarende vis er, som man sikkert husker, ((Reell^3)^D;p)^T mengden av alle mulige fysiske totalhistorier. Er fê((Reell^3)^D;p)^T og w en mulig verden sier vi at f foreligger realisert i verdenen w, i symboler "Real;f(f, w)" hvis og bare hvis det følgende holder:

wêI & (Ax)(At)(xêD;p & têT → Pos;w(f(t)(x),x,t))

Vi minner om at "Pos;w(z,x,t)" leses "z representerer posisjonen til den fysiske partikkelen x ved tidspunktet t i verdenen w". På samme vis som ved mentale historier kan man lett vise at det i enhver mulig verden foreligger realisert en eller annen fysisk totalhistorie og at denne totalhistorien må være entydig bestemt.

Det er intet som tilsier at enhver mulig mental totalhistorie foreligger realisert i en eller annen verden. Det følger altså det kan være slik at viss totale mentale historier ikke er logisk mulige. Det samme kan sies om fysiske totalhistorier. Det kan være at noen av disse ikke er realiserbare logisk sett.

Vi skal nå se på den følgende uavhengighetspåstand som sier at dersom g er en mental totalhistorie som foreligger realisert i en eller annen verden, og f er en fysisk totalhistorie som er realiserbar, så finnes det en verden hvor både g og f foreligger realisert. Vi skal betegne denne påstanden med UH1. Tesen kan formuleres slik:

UH1 gê(Pt(S)^P)^T & Real;m(g,w) & fê((Reell^3)^D;p)^T) & Real;f(f,w) →
(Ew)(wêI & Real;m(g,w) & Real;f(f,w))

© Morten Rognes 2011

Man bør skille mellom denne tesen og den langt sterkere tese som man får om man i antesedenten i UH1 sløyfer forbeholdene om at g og f skal være realiserbare. Denne sterkere påstanden skal vi betegne med UH1*. Det er klart at den impliserer UH1.

UH1 er av en viss interesse fordi den impliserer tesen U;k(EFys)ΩU;k(EMen)=ø. Vi oppfører dette som et eget teorem:

Teorem 7.4.1.1 Man har:

UH1 → U;k(EFys)ΩU;k(EMen)=ø

La oss gi et bevis for dette:

Bevis: Anta (1) at UH1 holder og anta for reduktio ad absurdum at det finnes x slik at (2) xêU;k(EFys)ΩU;k(EMen). Det følger da (3) ø≠μ(x) SInkl I. Videre har man fra (2) at xêU(EMen), og derfor ved hjelp av definisjonen av U(e) der e er en ekvivalensrelasjon, at det finnes c slik at (4) c Inkl EMen* & μ(x)=UN(c). Tilsvarende følger fra den andre komponenten i (2) at xêU(EFys). Herav kan man slutte at det må finnes noe d der (5) d Inkl EFys* & μ(x)=UN(d). Fra (3) følger at det må finnes w1 slik at (6) w1êI & ¬(w1êμ(x)). Det følger også fra (3) at μ(x) er ikke-tom og derfor at det finnes noe w0 slik at (7) w0êI & w0êμ(x). Siden w0êI finnes det en og bare en mental totalhistorie, la oss kalle den g0, som foreligger realisert i w0. Vi har derfor:

(8) g0ê(Pt(S)^P)^T & Real;m(g0,w0). Fra (6) følger at det finnes en fysisk totalhistorie f0 slik at (9) f0ê((Reell^3)^D;p)^T & Real;f(f0,w1). Fra (8) og (9) følger sammen med UH1 at det finnes noe w2 slik at (10) wêI & Real;m(g0,w2) & Real;f(f0,w2). Fra (10) og (8) kan vi slutte at den samme mentale historien foreligger realisert i både w0 og w2. Det følger derfor at (11) EMen(w0,w2). Fra (7) og (4) følger w0êμ(x)=UN(c) og at c Inkl EMen*. Man kan derfor slutte at det finnes x0 slik at (12) w0êx0 & x0êEMen*. Fra dette og (11) følger så (13) w2êx0 og derfor w2êUN(c)=μ(x). Herav har vi så ved hjelp av (5) at det finnes x1 slik at (14) w2êx1 &x1êd & x1êEFys*. Nå følger det fra (9) og (10) at den fysiske totalhistorien f0 foreligger realisert i både w1 og w2. Derfor har vi EFys(w1,w2). Fra dette og (14) følger w1êx1. Men da har vi ved hjelp av (14) og (5) at w1êUN(d)=μ(x). Dette strider imidlertid mot (6). Det er derfor umulig at det kan finnes x slik at (2) holder. Det følger at U;k(EFys)ΩU;k(EMen) = ø. **QED**.

Man ser fra dette at uavhengighetstesen UH1 impliserer at mengden av de kontingente mentale utsagn og mengden av de kontingente fysiske utsagn er disjunkte.

Vi nevner denne uavhengighetstesen UH1 her fordi det er av en viss prinsipiell interesse å undersøke hva slags påstander i språket TMF det er som impliserer U;k(EFys)ΩU;k(EMen) = ø. Det kan også nevnes at UH1 trolig er konsistent med TMF. Imidlertid er det vanskelig å se at det skulle finnes noen spesielt gode argumenter til fordel for UH1. Som man lett ser innebærer denne tesen at ethvert kontingent mentalt utsagn er forenelig med ethvert kontingent fysisk utsagn. Dette impliserer i sin tur at ingen kontingente fysiske utsagn kan implisere noen kontingente mentale utsagn eller omvendt. Det virker eiendommelig om man apriori skulle utelukke slike implikasjonsforhold.

Vi har tidligere ikke bare introdusert begrepene mental og fysisk historie, men vi har også

© Morten Rognes 2011

definert hva som menes med den totale intensjonale historie relativt til et intensjonalt system.

Anta nå at X er et intensjonalt system. Vi har da per definisjon at en intensjonal totalhistorie med hensyn på systemet X er en funksjon i mengden ((Pt(U)^P)^X)^T. I det følgende skal vi la X være det intensjonale systemet X;0 som vi definerte presist i §7.1.2. Vi sier at en intensjonal totalhistorie hê((Pt(U)^P)^X;0)^T foreligger realisert i verdenen w, i symboler "Real;i(h,w)" hvis og bare hvis vi har:

(At)(Aq)(Ax)(qêX;0 & xêP & têT → (Au)(<u,x,t,w>êq ↔ uêh(t)(q)(x)))

Man ser lett at dersom w er en mulig verden vil det foreligge realisert en intensjonal totalhistorie (med hensyn på X;0) i den. Denne intensjonale totalhistorien kan man lett vise at er entydig bestemt. Merk også at vi kan vise at dersom w,w' er to mulige verdener har vi at EInt(w,w') hvis og bare hvis den samme intensjonale totalhistorien foreligger realisert i w og w'. Vi betrakter nå den følgende uavhengighetspåstand mellom intensjonale totalhistorier og fysiske totalhistorier. Den sier at dersom h er en intensjonal totalhistorie som foreligger realisert i en eller annen verden og f er en fysisk totalhistorie som også foreligger realisert i en eller annen verden vil det finnes en verden hvor både h og f foreligger realisert. Vi kaller tesen UH2:

UH2 gê((Pt(S)^P)^X;0)^T & Real;i(g,w) & fê((Reell^3)^D;p)^T) & Real;f(f,w) →
(Ew)(wêI & Real;i(g,w) & Real;f(f,w))

Man kan nå vise på nøyaktig den samme måten som ovenfor at følgende sats holder:

Teorem 7.4.1.2 UH2 → U;k(EFys)ΩU;k(EInt)=ø

På samme måte som UH1 impliserer at at ethvert kontingent mentalt utsagn er uavhengig av ethvert kontingent fysisk utsagn impliserer UH2 at ethvert kontingent intensjonalt utsagn er strengt uavhengig av ethvert kontingent fysisk utsagn. Vi kan formulere dette mer presist slik:

Teorem 7.4.1.3 Anta UH2 holder. Da har man om <x,y>êU;k(EInt)xU;k(EFys):
(i) μ(x)Ωμ(y)≠ø
(ii) μ(x)Ωμ(Neg(y)) ≠ø
(iii) μ(Neg(x))Ωμ(y)≠ø
(iv) μ(Neg(x))Ωμ(Neg(y))≠ø

Siden beviset for denne satsen, om det gjennomføres detaljert, ikke bringer noe særlig nytt, og det dessuten blir temmelig langt utelater vi det. (Leseren kan gjennomføre det som en øvelse.)

Nå har vi at predikatet "Vet;w(y,x,t)" inngår i språket til TMF. Det virker ukontroversielt å hevde at dersom x ved tidspunktet t vet at noe er tilfelle så er dette faktisk tilfelle. Man har altså:

(1) (Ay)(Vet;w(y,x,t) → wêμ(y))

La oss bemerke at den intensjonale relasjonen Vet êX;0. Vi har derfor at μ;-1(Mg(w: Vet;w(y,x,t)) er et intensjonalt elementærutsagn, og derfor med i U(EInt), om <x,t>êPxT & yêU. La oss per definisjon sette:

© Morten Rognes 2011

V(y,x,t) = μ;-1(Mg(w: xêP &Vet;w(y,x,t)).

Da har vi i kraft av (1):

(2) LK(y, V(y,x,t))

for ethvert utsagn yêU. Anta nå at y er et kontingent fysisk utsagn. Man kan ikke uten videre slutte, om xêP og têT, at V(y,x,t) er med i U;k(EInt). Men det må åpenbart være med i U(EInt). Har vi imidlertid at UH2 holder og V(y,x,t)êU;k(EInt) følger ved hjelp av Teorem 7.4.1.3 at

μ(V(y,x,t))Ωμ(y)≠ø

Dette strider mot (2) og derfor mot (1). Antar vi derfor at UH2 holder og (1) holder må vi slutte at V(y,x,t) enten er det tautologiske utsagn eller det kontradiktoriske utsagn om y er et kontingent fysisk utsagn (Vi forutsetter <x,t>êPxT). Man kan sammenfatte dette i den følgende sats:

Teorem 7.4.1.4 Anta (i) UH2 holder og anta at man har for alle wêI, uêU og <x,t>êPxT at

(ii) Vet;w(y,x,t) → wêμ(y)

Da har man om yêU;k(EFys) & <x,t>êPxT at V(y,x,t)ê{t,k}

Siden den andre forutsetningen i dette teoremet virker rimelig og konklusjonen tilsvarende urimelig er det nærliggende å anse UH2 som uholdbar. I det minste føler man seg berettiget til å kalle dette for en svært eiendommelig påstand.

§7.5 Mengden av de kontingente fysiske utsagn og mengden av de kontingente mentale utsagn overlapper

Formålet med dette avsnittet er å utdype innholdet til den påstand at mengden av de kontingente mentale utsagn overlapper med mengden av de kontingente fysiske utsagn.[24] Vi har tidligere nevnt denne tesen og i noen grad kommentert den. Det virker som om det ikke er spesielt mye som taler til fordel for den, men den har en viss systematisk og prinsipiell interesse. Det virker derfor rimelig å undersøke den mer omhyggelig.

Det vi hovedsakelig vil gjøre er å vise at denne overlappingstesen er ekvivalent med en annen tese, som etter vår mening, gir et langt større analytisk innblikk i hva tesen innebærer.

La oss først litt uformelt klargjøre hva denne alternative tesen sier før vi gir en mer presis formulering av vårt hovedresultat.

La oss først minne om hva som menes med en partisjon av en vilkårlig ikke-tom mengde X. Dette er et ikke-tomt system b av delmengder av X som oppfyller tre krav: For det første skal mengdene i b være ikke-tomme. For det andre skal elementene i b være innbyrdes disjunkte. For det tredje skal elementene i b samlet uttømme mengden X, med andre kreves det at UN(b) = X.

I forrige paragraf definerte vi sekvensen <Γ;n(a)>/nêN/ der aêEMen*. Anta nå at x er en ikke-tom delmengde av I. Da skal vi kalle denne delmengden x for *strengt differensiert* hvis og bare hvis vi har at x er lukket under relasjonene EMen og EFys og vi dessuten har at UN(UN/nêN/Γ;n(a)) = x for enhver aêEMen* der aΩx≠ø.

Vi skal si at en delmengde x av I er strengt implisert av et kontingent mentalt utsagn

24 Vi bruker, som tidligere nevnt, uttrykket "mengden a overlapper med mengden b" sysnonymt med: "(a-b)≠ø& (b-a)≠ø & aΩb≠ø"

© Morten Rognes 2011

hvis og bare hvis vi har at det finnes uêU(EMen) og ø≠μ(u) SInkl x. Tilsvarende skal vi si at x er strengt implisert av et kontingent fysisk utsagn hvis og bare hvis det finnes uêU(EFys) og ø≠μ(u) & μ(u) SInkl x.

Det hovedresultatet vi skal bevise i dette avsnittet kan da formuleres slik:
Man har at U(EFys) og U(EMen) overlapper hvis og bare hvis det finnes en partisjon π av I som inneholder minst to elementer, hvor hvert element i π er strengt differensiert, og hvor det finnes elementer a,bêπ slik at a er strengt implisert av et kontingent mentalt utsagn og b er strengt implisert av et kontingent fysisk utsagn.

Vi kan formulere denne påstanden formelt slik:

Teorem 7.5.1 (*Hovedresultat*) Man har at U;k(EFys)ΩU;k(EMen)≠ø & (U;k(EFys)-U;k(EMen))≠ø & (U;k(EMen)-U;k(EFys))≠ø hvis og bare hvis det finnes en partisjon π av I som oppfyller følgende krav:

(i) Cd(π)>=2
(ii) (Ax)(xêπ → (Aw)(wêx → (Aw')(w'êx &EMen(w,w') → w'êx)))
(iii) (Ax)(xêπ → (Aw)(wêx → (Aw')(w'êx &EFys(w,w') → w'êx)))
(iv) (Ax)(xêπ → (Aa)(aêEMen* & aΩx≠ø → UN(UN/nêN/(Γ;n(a)))=x))
(v) (Ex)(xêπ & (Eu)(uêU(EMen) & ø≠μ(u) & μ(u) SInkl x)
(vi) (Ex)(xêπ & (Eu)(uêU(EFys) & ø≠μ(u) & μ(u) SInkl x)

I beviset for denne satsen skal vi benytte oss av de følgende hjelpesetninger:

Hjelpesetning A Man har:

(i) (Aa)(aêEMen* → UN(*M;a* U *F;a*) = UN(UN/nêN/(Γ;n(a))))
(ii) (Aa)(aêEMen* → UN(*M;a*)= UN(*F;a*))

Det første punktet i satsen rett ovenfor er identisk med Teorem 7.4.4. Det andre punktet er identisk med Teorem 7.4.5.

Hjelpesetning B Anta ø≠Δ Inkl U. Da har vi at det finnes en og bare en partisjon π av I slik at følgende holder:

C(Δ) = Mg(u:uêU & (Ea)(M(a)& a Inkl π & μ(u)= UN(a)))

Dette teoremet følger nesten umiddelbart fra et korollar til det normalformsteoremet som vises i Rognes[16].

Den følgende setning er en generalisering av Teorem 7.4.8. Vi skal gi et detaljert bevis for denne påstanden etter at vi har gjennomført beviset for Teorem 7.5.1.

Hjelpesetning C Anta X er en ikke-tom mengde og at X Inkl I. Anta X er lukket under ekvivalensrelasjonene EMen og EFys. Anta:

(Aa)(aêEMen* & aΩX≠ø → UN(UN/nêN/(Γ;n(a)))=X))

Da har vi at det ikke finnes mengder c og d som oppfyller de følgende tre krav:

(i) ø≠c & c Inkl EMen* & UN(c) SInkl X
(ii) ø≠d & d Inkl EFys* & UN(d) SInkl X
(iii) UN(c) = UN(d)

© Morten Rognes 2011

Hjelpesetningene ovenfor trengs i beviset for Teorem 7.5.1 som vi gir rett nedenfor. Det er derfor vi har samlet sammen disse satsene.

Bevis for Teorem 7.5.1: **(A)** Vi skal først vise at kondisjonalen mot venstre i Teorem 7.5.1 holder. Anta derfor at det finnes en partisjon π som oppfyller kravene (i) - (vi) som nevnes i teoremet. Vi skal på dette grunnlag vise at U;k(EMen) overlapper med U;k(EFys).

(I) Vi må først vise at (+) U;k(EMen)ΩU;k(EFys) ≠ø. Siden π er en partisjon av I der Cd(π)>=1 finnes det et element x0 der (1) x0êπ. Fra dette og (iv) følger:

(2) (Ax)(xêπ → (Aa)(aêEMen* & aΩx0≠ø → UN(UN/nêN/(Γ;n(a)))=x0))

Siden π er en partisjon er de enkelte elementen som inngår i partisjonen ikke-tomme. Fra dette og (1) følger at det må finnes w0 slik at (3) w0êI & w0êx0. Siden EMen er en ekvivalensrelasjon over I har vi at det må finnes noe y0 som oppfyller det følgende krav: (4) y0êEMen* & w0êy0. Fra (1), (2), (3) og (4) kan man slutte:

(5) UN(UN/nêN/(Γ;n(y0)))=x0

Siden y0êEMen* har vi ved hjelp av Hjelpesetning A:

(6.1) UN(*M;*y0) = UN(UN/nêN/(Γ;n(y0))))= x0

(6.2) UN(*F;*y0) = UN(UN/nêN/(Γ;n(y0))))= x0

Det fremgår av definisjonene vi tidligere har gitt av "*F;*a" og "*M;*a" at

(7) *M;*y0 Inkl EMen* & F*;*y0 Inkl EFys*

Fra (6.1), (6.2), (7) samt definisjonen av U(e), der e er en ekvivalensrelasjon over I, følger at μ;-1(x0)ê(U(EMen) Ω U(EFys)). Det er klart fra (3) at w0êx0. Defor har vi at μ;-1(x0) ≠k. Vi må imidlertid vise at μ;-1(x0) ≠t, med andre ord at x0 SInkl I. Dette følger imidlertid fra (i) i satsen. Det forutsettes jo at Cd(π)>=2. Siden x0êπ må det derfor også finnes en x1êπ slik at x1≠x0. I kraft av definisjonen av partisjon og det at π er en partisjon følger da at x1Ωx0=ø. og at x1≠ø. Fra dette siste kan man slutte at det finnes w1êI der w1êx1. Siden x0Ωx1=ø har vi at ¬(w1êx0). Det følger derfor at x0 SInkl I. Vi har altså ¬(μ-1(x0)ê{k,t}) og derfor at μ;-1(x0) er et kontingent utsagn. Siden μ;-1(x0)ê(U(EMen) Ω U(EFys)) kan man derfor slutte at μ;-1(x0)ê(U;k(EMen) Ω U;k(EFys)). Dette er hva vi ønsker.

(II) Vi må også bevise: (++) (U;k(EMen) - U;k(EFys)) ≠ø. Fra (v) følger at det finnes x0 og y0 der man har

(1) x0êπ og

(2) y0êU(EMen) & ø≠ μ(y0) SInkl x0

Det følger da at y0êU;k(EMen). Fra (2) og definisjonen av U(e), der e er en ekvivalensrelasjon, følger det at det må finnes noe c der:

(3) μ(y0)=UN(c) & c Inkl EMen*

Fra dette og den siste delen av (2) kan man slutte:

(4) ø≠ c & c Inkl EMen*

Anta nå for reduktio ad absurdum at y0êU(EFys). Da vil det finnes d slik at

(5) d Inkl EFys* & μ(y0) = UN(d)

Fra dette følger sammen med (3) og (4)

(6) UN(d)=UN(c) & UN(d) SInkl x0

Fra forutsetningene (ii) og (iii) følger det siden x0êπ at x0 er lukket under EFys og EMen. Videre følger det fra forutsetning (iv) at:

(Aa)(aêEMen* & aΩx0≠ø → UN(UN/nêN/(Γ;n(a)))=x0)

Fra disse to forhold og Hjelpesetning C følger det at det ikke kan finnes mengder c,d som oppfyller følgende krav:

© Morten Rognes 2011

(6.1) ø≠c & c Inkl EMen* & UN(c) SInkl x0
(6.2) ø≠d & d Inkl EFys* & UN(d) SInkl x0
(6.3) UN(c) = UN(d)

Men dette strider mot (4), (5) og (6). Det følger at ¬(y0êU(EFys)). Derfor har vi ¬(y0êU;k(EFys)). Det følger at y0ê(U;k(EMen)-U;k(EFys)) og derfor at (U;k(EMen)-U;k(EFys))≠ø.

(III) Vi må også bevise at (+++) (U;k(EFys)-U;k(EMen))≠ø. Dette gjøres på samme måte som under (II). Man behøver bare å bytte om alle forekomster av "EFys" og "EMen" i dette resonnementet og erstatte henvisningen til (v) i Teorem 7.5.1 med en henvisning til (vi).

Det følger fra (I) - (III) at halvdelen mot venstre i Teorem 7.5.1 holder.

(B) Vi gir så et bevis for halvdelen mot høyre i Teorem 7.5.1. Anta derfor at

(1) U;k(EFys)ΩU;k(EMen)≠ø & (U;k(EFys)-U;k(EMen))≠ø
& (U;k(EMen)-U;k(EFys))≠ø

Vi må vise at det finnes en partisjon π av I som oppfyller kravene (i) - (vi) i teoremet.

La oss per definisjon sette Δ;0 = U;k(EFys)ΩU;k(EMen). Vi har da åpenbart at Δ;0 Inkl U(EFys)ΩU(EMen). Nå har vi fra et tidligere hovedresultat at U(EFys) = C(FEelem) og at U(EMen) = C(MElem). Det følger derfor at U(EFys)) og U(EMen) begge er lukket under negasjon og uendelig konjunksjon. Vi må derfor ha at

(2) C(Δ;0) Inkl U(EFys)ΩU(EMen)

Det følger fra (1) og definisjonen av Δ;0 at (3) Δ;0≠ø. Videre er det åpenbart at Δ;0 Inkl U. Ved hjelp av Hjelpesetning B kan vi derfor slutte at det finnes en partisjon π av I der man har:

(3) C(Δ;0) = Mg(u:uêU & (Ea)(M(a)& a Inkl π & μ(u)= UN(a)))

Siden π er en partisjon har vi per definisjon:

(4.1) UN(π) = I
(4.2) (Ax)(Ay)(x,yêπ & x≠y → xΩy=ø)
(4.3) (Ax)(xêπ → x≠ø)

Det vil nå være tilstrekkelig å vise at denne partisjonen π oppfyller kravene (i) - (vi) som er nevnt i Teorem 7.5.1. Vi gjør dette under (a) - (f)

(a) Vi viser først at π inneholder minst to elementer. Nå har vi fra (1) og definisjonen av Δ;0 at Δ;0 ≠ø. Det må derfor finnes noe u slik at uêΔ;0. Siden Δ;0 Inkl C(Δ;0) følger det at uêC(Δ;0). Siden C(Δ;0) er lukket under negasjon følger det at Neg(u)êC(Δ;0). Siden uêΔ;0 Inkl C(Δ;0) har vi ved hjelp av (3) at det må finnes r1 Inkl π slik at μ(u)= UN(r1). Siden Neg(u)êC(Δ;0) må det i lys av (3) finnes r2 Inkl π slik at μ(Neg(u)) = UN(r2). Siden uêΔ;0 har vi at u er et kontingent utsagn. Det følger at ø≠μ(u) SInkl I. Fra dette kan vi slutte at det finnes wêUN(r1) og derfor noe p slik at wêpêr1. Da har vi pêπ & p Inkl UN(r1). Tilsvarende har vi siden u er kontingent at Neg(u) også må være det. Det følger at det finnes w'êUN(r2) og derfor at det finnes q slik at w'êq êr2. Da q Inkl UN(r2). Vi må åpenbart ha at UN(r2)ΩUN(r1)=ø. Det følger derfor siden p Inkl UN(r1) og q Inkl UN(r2) at p≠q. Siden p,qêπ må π inneholde minst to elementer.

(b) Det er nødvendig å vise at ethvert element i π er lukket under relasjonene EMen og EFys. Anta derfor xêπ for vilkårlig x. Sett u0= μ;-1(x). Da har vi at u0 er et utsagn siden x er en delmengde av I. Fordi x er ikke-tom, siden π er en partisjon og det finnes andre elementer i π, har vi at u0 må være et kontingent utsagn. Siden x=UN({x}) og {x} inkl π følger det at u0êC(Δ;0) Inkl U(EFys)ΩU(EMen). Det følger at u0êU(EMen) og derfor at

© Morten Rognes 2011

u0êU;k(EMen). Det følger at det finnes c Inkl EMen* slik at μ(u0) = x=UN(c). Anta nå for vilkårlig w at wêx. Da har vi at det finnes y slik at wêyêc & yêEMen*. Anta nå for vilkårlig w' at EMen(w,w'). Da har vi w'êy Inkl UN(c)=x. Dette viser at x er lukket under EMen. På en helt tilsvarende måte viser man at x er lukket under EFys. Dette viser at π oppfyller kravene (ii) og (iii) som er nevnt i satsen.

(c) Vi skal vise at π oppfyller kravene (v) og (vi). Fra (1) følger eksistensen av et utsagn a der man har (5) aêU;k(EMen) & ¬(aêU;k(EFys)). Fra dette følger

(6) ¬(Eq)(q Inkl π & q≠ø & μ(a)=UN(q)). For anta det motsatte var tilfelle. Da ville vi i kraft av (3) ha at (7) aêC(Δ;0) Inkl U(EFys). Men siden aêU;k(EMen) har vi at a er kontingent. Fra dette og (7) ville det derfor følge at aêU;k(EFys). Dette strider åpenbart mot (5). Det følger at (6) holder.

Definer nå π;a ved (8) π;a = Mg(x: xêπ & xΩμ(a) ≠ø)

Man har, siden aêU;k(EMen) at ø≠μ(a) SInkl I. Det følger derfor at det finnes wêI slik at wêμ(a). Siden UN(π)=I følger det at det finnes x0êπ slik at wêμ(a) & wêx0. Man har derfor at x0êπ & μ(a)Ωx0≠ø. Det følger at π;a≠ø. Det er videre klart at π;a Inkl π.

Anta nå for reduktio ad absurdum at (9) (Ax)(xêπ;a → xΩμ(a)=x). I så fall har man at (10) UN(π;a) = μ(a). La oss vise at (10) holder. Vi tar først for oss inklusjonen mot høyre i (10): Anta for vilkårlig w at wêUN(π;a). Da finnes det x der wêx & xêπ;a. Fra dette siste og (9) følger xΩμ(a)=x. Men wêx. Da har vi wêμ(a). La oss så bevise inklusjonen mot venstre. Anta for vilkårlig w at wêμ(a). Siden I= UN(π) og wêI må det finnes x slik at xêπ & wêx. Da har man wêxΩμ(a) og derfor xΩμ(a)≠ø. Siden xêπ følger ved hjelp av (8) at xêπ;a. Man har altså wêxêπ;a og derfor wêUN(π;a). Vi har nå vist at (10).

Fra (10), det at π;a≠ø og det at π;a Inkl π. følger at

(Eq)(q Inkl π & q≠ø & μ(a)=UN(q))

Dette strider åpenbart mot (6). Man kan derfor slutte at (9) er gal og at det derfor må finnes x1 slik at (11) x1êπ;a & (x1Ωμ(a))≠x1. Siden x1Ωμ(a) Inkl x1 følger det at x1Ωμ(a) SInkl x1. Siden x1êπ;a følger det at (11) ø≠ x1Ωμ(a) SInkl x1. Nå er x1êπ og derfor lukket under EMen. Vi har derfor at det må finnes c Inkl EMen* slik at x1Ωμ(a)= UN(c). Fra dette og (11) følger så (Ey)(yêU(EMen) & ø≠μ(y) SInkl x1). Siden x1êπ følger det at vi har vist at π oppfyller kravet (v) som nevnes i Teorem 7.5.1. På en helt analog måte viser man at π også oppfyller kravet (Ex)(xêπ & (Eu)(uêU(EFys) & ø≠μ(u) & μ(u) SInkl x). Vi overlater til leseren å utforme et detaljert bevis for dette.

(d) Det er endelig nødvendig å vise at π også oppfyller det følgende krav:

(12) (Ax)(xêπ → (Aa)(aêEMen* & aΩx≠ø → UN(UN/nêN/(Γ;n(a)))=x))

Anta derfor for vilkårlige x og y at (13) xêπ & yêEMen* & xΩy≠ø. Vi må vise at

(14) UN(UN/nêN/(Γ;n(y)))=x

Vi skal nedenfor gi et detaljert induksjonsbevis for den følgende påstand:

(*) (An)(nêN → (Az)(zêΓ;n(y) → z Inkl x))

Fra (*) følger (Az)(An)(nêN & zêΓ;n(y) → z Inkl x). Herav har man så:

(15) (Az)(zêUN/nêN/(Γ;n(y)) → z Inkl x)

Anta nå for vilkårlig w at wêUN(UN/nêN/(Γ;n(y))). Da har man at det finnes z slik at wêz & zêUN/nêN/(Γ;n(y)). Fra dette og (15) følger z Inkl x og derfor wêx. Det følger at

(16) UN(UN/nêN/(Γ;n(y))) Inkl x

Anta nå for reduktio ad absurdum at (17) UN(UN/nêN/(Γ;n(y))) SInkl x.

Sett per definisjon (18) u0= μ;-1(UN(UN/nêN/(Γ;n(y)))). Da har vi ved hjelp av Hjelpesetning A at følgende holder, siden yêEMen*

© Morten Rognes 2011

(19.1) $\mu(u0) = UN(M;y)$ & M;y Inkl EMen*

(19.2) $\mu(u0) = UN(M;y)$ & M;y Inkl EFys*

Det følger at (20) $u0 \hat{e} (U(EMen) \Omega U(EFys))$. Nå har vi at $\Gamma;0(y) = \{y\}$ & $y \neq ø$. Det følger at $\{y\}$ Inkl $UN/n\hat{e}N/(\Gamma;n(y))$ og derfor at y Inkl $UN(UN/n\hat{e}N/(\Gamma;n(y))) = \mu(u0)$. Siden $y \neq ø$ følger det $\mu(u0) \neq ø$. Siden $\mu(u0)$ Inkl x i lys av (16) og (18) og x SInkl I, siden π inneholder minst to ikke-tomme elementer som er disjunkte har vi at u0 er et kontingent utsagn. Det følger da ved hjelp av (20) at

(21) $u0 \hat{e} (U;k(EMen) \Omega U;k(EFys)) = \Delta;0$ Inkl $C(\Delta;0)$. (Jmf. defnisjonen av $\Delta;0$)

Fra dette og (3) kan vi slutte at det finnes en mengde q slik at

(22) $\mu(u0) = UN(q)$ & q Ink π.

Siden $\mu(u0) \neq ø$ følger det at det finnes w der (23) $w \hat{e} \mu(u0)$. Fra dette og (22) kan man slutte at det må finnes x0 der (24) $w \hat{e} x0$ & $x0 \hat{e} q$. Videre har man fra (23) og det at $\mu(u0)$ Inkl x at $w \hat{e} x \hat{e} \pi$. Siden $x0 \hat{e} \pi$ følger det da ved hjelp av (24) og det at π er en partisjon at x0=x. Men x=x0 Inkl $UN(q)=\mu(u0)$ SInkl x. Siden vi antar at $\mu(u0)$ SInkl x. Dette innebærer x SInkl x som åpenbart er absurd. Det følger at (17) er gal. Sammen med (16) gir dette en at $UN(UN/n\hat{e}N/(\Gamma;n(y))) = x$. Dette viser at π oppfyller kravet (iv) som er nevnt i Teorem 7.5.1.

For å fullføre beviset må vi vise at (*) ovenfor holder. Dette gjøres ved induksjon på n.

Basistrinn. n=0. Da har man $\Gamma;n(y) = \Gamma;0(y) = \{y\}$. Da har man om $z \hat{e} \Gamma;n(y)$ at z=y Inkl x siden vi i lys av (13) har $x \hat{e} \pi$ & $y \hat{e}$ EMen* & $x \Omega y \neq ø$ og derfor y Inkl x siden de diverse elementene i π, deriblandt x, er lukket under EMen og EFys.

Induksjonstrinn: Vi antar påstanden (*) holder for n og vil vise at den da holder for n+1. Det er da hensiktsmessig å skille mellom to tilfeller:

Tilfelle (i): n er et like tall >0. Da har man ved hjelp av definisjonen av Γ

(24) $\Gamma;(n+1)(y) = UN(Mg(\Phi;f(x): x \hat{e} \Gamma;n(y)))$

Anta (25) $z \hat{e} \Gamma;(n+1)(y)$ for vilkårlig z. Det følger ved hjelp av (24) at $z \hat{e} UN(Mg(\Phi;f(x): x \hat{e} \Gamma;n(y)))$. Da har man at det må finnes x0 slik at

(26) $z \hat{e} \Phi;f(x0)$ & $x0 \hat{e} \Gamma;n(y)$. Fra den siste konjunkten og induksjonshypotesen følger (27) x0 Inkl x. Fra den første konjunkten i (26) og definisjonen av Φ følger at $z \hat{e} Mg(r\text{-}x0: r \hat{e}$ EFys* & $r\Omega(x0\text{-}\varphi(x0)) \neq ø)$. Dette innebærer at det må finnes r slik at

(28) $z=(r\text{-}x0)$ & $r \hat{e}$ EFys* & $r\Omega(x0\text{-}\varphi(x0)) \neq ø$

Fra den siste konjunkten i (28) følger $w \hat{e} (r\Omega(x0\text{-}\varphi(x0))$ for noe w. Da har vi

(29) $w \hat{e} x0$ Inkl x i lys av (27).

Anta nå for vilkårlig w' at $w' \hat{e} z$. Da har man ved hjelp av (28) at $w' \hat{e} r$. Siden $r \hat{e}$ EFys* & $w \hat{e} r$ følger at EFys(w,w'). Siden $x \hat{e} \pi$ (Jmf. (13)) er x lukket under EFys. Det følger derfor ved hjelp av (29) at $w' \hat{e} x$. Vi har derfor z Inkl x. Dette viser at induksjonstrinnet holder om n er et like tall. Beviset for induksjonstrinnet for når n er et oddetall >0 blir helt analogt. Man bytter ut $\Phi;f$ med $\Phi;e$, φ med ψ og EFys med EMen.

Dette avslutter vårt bevis for hovedteoremet Teorem 7.5.1. **QED**.

Hjelpesetning C har en viss likhet med Teorem 7.4.8 i §7.4. Beviset for hjelpesetningen følger det samme mønster. For tydelighetens skyld gir vi et detaljert bevis:

Bevis for Hjelpesetning C: Anta forutsetningen i satsen holder og anta for reduktio ad absurdum at det finnes c0,d0 der vi har:

(1) M(c0) & M(d0)

© Morten Rognes 2011

(2) UN(c0)= UN(d0)

(3) ø≠ c0 SInkl EMen* & UN(c0) SInkl X.

(4) ø≠d0 SInkl EFys* & UN(d0) SInkl X

Vi setter per definisjon EMen*(X)= Mg(a: aêEMen* & aΩX≠ø) Siden X er lukket under EMen følger det at EMen*(X) er en partisjon av X. Tilsvarende setter vi per definisjon: EFys*(X)= Mg(a: aêEFys* & aΩX≠ø). Siden X også etter forutsetningene er lukket under EFys følger det at også EFys*(X) er en partisjon av X

Fra (3), nærmere bestemt det at UN(c0) SInkl EMen*, følger det at det finnes noe a0 der vi har:(5) a0ê(EMen*(X)- UN(c0)) Siden a0êEMen*(X) følger ved hjelp av forutsetningen i satsen at (6) UN(UN/nêN/(Γ;n(a0))) =X . Siden UN(c0) SInkl X har vi derfor, ved hjelp av (6), at (7) UN(c0) Inkl UN(UN/nêN/(Γ;n(a0))). Fra (3) følger at UN(c0)≠ø og derfor at det finnes noe w0 der vi har: (8) w0êUN(c0). Fra (7) følger:

(9) (Aw)(wêUN(c0) → (Ey)(wêy & (Ek)(kêN & yêΓ;k(a0))))

Fra dette og (8) følger:

w0êUN(c0) & (Ey)(Ek)(kêN & w0êy & yêΓ;k(a0))

Fra dette følger videre: (10) (Ek)(kêN & (Ey)(yΩUN(c0)≠ø & yêΓ;k(a0)))

La nå k være det minste naturlige tall som er slik at

(+) (Ey)(yΩUN(c0)≠ø & yêΓ;k(a0))

Fra (10) følger det at slikt naturlig tall k eksisterer. Det er to muligheter når det gjelder k. Man kan ha k=0 eller k>0. Vi skiller følgelig mellom to tilfelle:

Tilfelle 1: k=0. Da har vi ved hjelp av (+) at det må finnes y slik at (11) yêΓ;0(a0) & yΩUN(c0) ≠ø. Fra den første konjunkten i (11) og definisjonen av Γ følger yê{a0} og derfor y=a0. Fra dette og den andre konjunkten følger a0ΩUN(c0)≠ø. Men dette strider åpenbart mot (5) siden EMen*(X) er en partisjon av X. Det foreliggende tilfelle er derfor utelukket.

Tilfelle 2: k>0. Vi skiller mellom to undertilfeller alt ettersom k er et like eller odde tall.

Undertilfelle 2.1: k er et like tall. Da må k-1 >0 og vi har i såfall ved hjelp av definisjonen av Γ:

(12) Γ;k(a0) = UN(Mg(Φ;e(z): zêΓ;(k-1)(a0)))

Fra (+) følger naturligvis at det finnes y slik at (13) yΩUN(c0)≠ø & yêΓ;k(a0). Fra (12) og den siste konjunkten i (13) følger eksistensen av z der (14) yêΦ;e(z) & zêΓ;(k-1)(a0). Fra det forhold at yêΦ;e(z) kan man slutte ved hjelp av definisjonen av Φ;e at det må finnes s der vi har: (15) y = (s-z) & sêEMen* & sΩ(z-ψ(z)) ≠ø. Videre kan vi fra første halvdel av (13) slutte at det må finnes w0 der (16) w0êy & w0êUN(c0). Fra (15) og (16) følger (17) w0ês. Siden sêEMen* følger da sammen med (16) , man må erindre at EMen*(X) er en partisjon av X, at (17.1) s Inkl UN(c0). Fra den siste delen av (15) har vi at det finnes w1 der: w1êsΩ(z-ψ(z)). Herav følger at w1êsΩz. Siden w1ês følger ved hjelp av (17.1) at w1êUN(c0). Det følger altså at vi har: (18) zΩUN(c0)≠ø. Men zêΓ;(k-1)(a0). Ved hjelp av (18) følger derfor: (Ey)(yΩUN(c0)≠ø & yêΓ;(k-1)(a0)). Siden k-1<k strider dette mot at k skulle være det minste tallet som oppfyller (+). Dette tilfellet leder derfor også til en motsigelse og er følgelig utelukket.

Undertilfelle 2.2: k er et odde tall. Da har man ved hjelp av definisjonen av Γ at

(19) Γ;k(a0) = UN(Φ;f(z): zêΓ;(k-1)(a0)))

Det følger fra (+) at det finnes y slik at (20) yΩUN(c0)≠ø & yêΓ;k(a0). Fra dette og (19) følger eksistensen av z der vi har (21) yêΦ;f(z) & zêΓ;(k-1)(a0). Fra (21) og definisjonen av

© Morten Rognes 2011

Φ;f følger eksistensen av q slik at:

(22) y=q-z & qêEFys* & qΩ(z-φ(z)) ≠ ø

Fra (20) følger eksistensen av w0 der vi har: (23) w0êy & w0êUN(c0). Siden w0êy følger ved hjelp av (22) at man har: (24) w0êq & ¬(w0êz). Fra (22) følger det også at det må eksistere w1 der (25) w1êq & w1êz. Fra (2) følger:

(26) UN(d0) = UN(c0). Siden w0êUN(c0) har vi derfor at w0êUN(d0). Herav følger at det finnes noe s slik at w0ês & sêd0. Siden d0 Inkl EFys*(X) har vi sêEFys*(X). Siden w0êq & qêEFys* følger, siden EFys*(X) er en partisjon av X, at q=s. Siden w1êq i følge (25) følger w1êq=sêd0 og derfor w1êUN(d0). Ved hjelp av (26) og (25) har vi da w1ê(zΩUN(c0)) og derfor zΩUN(c0)≠ø. Men zêΓ;(k-1)(a0) i følge (21). Det følger derfor at (27) (Ey)(yΩÛN(c0)≠ø & yêΓ;(k-1)(a0)). Men k skulle være det minste naturlige tall slik at (+). (27) strider mot denne påstanden. Det følger at også dette tilfellet leder til en motsigelse.

I alle tilfellene kan vi utlede motsigelser. Det følger at det ikke kan finnes noe u0 slik at både (1) og (2) holder. Dette avslutter beviset. **QED**.

Vi har nå levert et fullstendig resonnement til fordel for hovedresultatet Teorem 7.5.1

§8 Avslutning

La oss i hovedtrekkene oppsummere hva som har blitt gjort i dette skrift. Som nevnt innledningsvis var et av hovedformålene med dette arbeidet å utvikle teorien TMF. Dette projekt må i høyeste grad kunne sies å ha blitt gjennomført. Vi har gitt bevis for en lang rekke satser av ikke-triviell natur som åpenbart gir en et ganske fyldig bilde av hva som kan utledes i TMF på basis av de grunnsetningene som ikke har noe direkte med den mengdeteoretiske delen av teorien å gjøre.

Når det ellers gjelder det arbeid som har blitt utført kan man dele dette opp i tre avdelinger. Det første vi gjorde var å introdusere begrepet egenskapsstruktur. Dette er et meget generelt begrep. I den første tredjedelen av vårt arbeid viste vi hvordan man i forbindelse med slike strukturer kan introdusere en rekke viktige begreper. Vi viste hvordan man for en egenskapsstruktur S kan definere hva som menes med ekvivalensrelasjonen bestemt av S, elementærutsagnene bestemt av S, og forskjellige hendelsesmengder bestemt av S såsom mengden av elementærhendelser, mengden av sammensatte hendelser og mengden av hendelser i vid forstand over S. Vi viste så hvordan mengden av utsagn bestemt av ekvivalensrelasjonen over en egenskapsstruktur S kunne karakteriseres på forskjellige måter, nemlig (a) som den minste mengden av utsagn som inneholder elementærutsagnene over S og som er lukket under negasjon og uendelig konjunksjon, og som (b) mengden av de utsagn som enten er identisk med det kontradiktoriske utsagn eller der sannhetsmengden er identisk med mengden av alle de verdener der en hendelse i vid forstand over S foreligger realisert. Ingen av disse resultatene er på noen måte trivielle. I denne første delen av vårt arbeid viste vi også at dersom e1 og e2 er to ekvivalensrelasjoner over mengden av mulige verdener har man at utsagnsmengden bestemt av e1 er inkludert i utsagnsmengden bestemt av e2 hvis og bare hvis relasjonen e2 er inkludert i relasjonen e1. Dette er heller ikke noe direkte trivielt resultat.

I den andre avdelingen av dette arbeid viste vi hvordan tre grunnleggende ekvivalensrelasjoner, nemlig EFys, EMen og EInt kunne defineres ved hjelp av grunnbegrepene i TMF. Vi definerte også hva som mentes med den totale fysiske, mentale og

© Morten Rognes 2011

intensjonale historie som foreligger i en mulig verden. Det ble vist at to verdener er fysisk ekvivalente hvis og bare hvis den samme fysiske totalhistorien foreligger realisert i dem. På tilsvarende måte forholdt det seg med ekvivalensrelasjonene EMen og EInt. To verdener er mentalt ekvivalente hvis og bare hvis de har den samme mentale totalhistorie, og to verdener er intensjonalt ekvivalente hvis og bare hvis de har den samme intensjonale totalhistorie.

I forbindelse med disse tre relasjonene viste vi også hvordan man kunne definere korresponderende egenskapsstrukturer. Det dreiede seg om egenskapsstrukturen S;f som svarer til EFys og egenskapsstrukturene S;e og S;i som svarte henholdsvis til relasjonene EMen og EFys. I forbindelse med disse egenskapsstrukturene viste vi at ekvivalensrelasjonen bestemt av S;f er identisk med EFys, videre at ekvivalensrelasjonene bestemt av egenskapstrukturene S;e og S;i er identiske med henholdsvis EMen og EInt. Helt uavhengig av alt som har med egenskapsstrukturer å gjøre definerte vi også mengden av fysiske elementærutsagn, FElem, mengden av mentale elementærutsagn, MElem og endelig mengden av intensjonale elementærutsagn, IElem. Vi viste så at mengden av fysiske elementærutsagn er identisk med mengden av elementærutsagn over den fysiske egenskapsstrukturen S;f. Tilsvarende resultater ble bevist for MElem og IElem. Ved hjelp av de generelle teoremene om egenskapsstrukturer som ble bevist i den første bolken av dette arbeid viste vi så at mengden av de fysiske utsagn, U(EFys), er identisk med den minste mengden av utsagn som inneholder de fysiske elemntære utsagn, ie. FElem, og som er lukket under negasjon og uendelig konjunksjon. Vi viste også at helt analoge resultater holdt for mengden av de mentale utsagn, U(EMen), og mengden av de intensjonale utsagn, U(EInt).

I den tredje delen av dette skrift diskuterte vi en rekke påstander om forholdet mellom de tre påstandsmengdne vi avgrenset. Vi har i betraktelig grad utdypet hva en god del av disse påstandene innebærer og hva de impliserer. Begrenser vi oss til de kontingente utsagnene innenfor hver av disse tre hovedmengdene er det, siden det dreier seg om ikke-tomme mengder, parvis bare fem muligheter som gjensidig utelukker hverandre. Vi konsentrerte oss hovedsakelig om å belyse forholdet mellom de kontingente fysiske utsagn, U;k(EFys) og de kontingente mentale utsagn, U;k(EMen).

Hovedformålet med denne tredje hoveddelen i vårt arbeid har ikke så meget vært å avgjøre hvilken av disse fem mulighetene som faktisk foreligger.[25] Snarere har vi konsentrert om å utdype hva hver enkelt mulighet innebærer, angi andre påstander som er ekvivalente med muligheten og forsøke å belyse hva hver enkelt mulighet impliserer og hva som impliserer den.

Trolig kan ingen av de nevnte fem mulighetene som vedrører forholdet mellom U;k(EFys) og U;k(EMen) avgjøres på grunnlag av de grunnsetningene som har blitt inkludert i TMF. Dette gjelder også de tilsvarende fem mulighetene man kan nevne som angår forholdet mellom U;k(EFys) og U;k(EInt). Det virker derfor som om man kan legge til TMF, for eksempel U;k(EFys) Inkl U;k(EMen) som en ny grunnsetning, uten at man an utlede noen motsigelser, såsant man forutsetter at TMF er konsistent. Hvis dette holder for alle de fem mulighetene som består mellom U;k(Fys) og U;k(EMen) følger det at de alle, isolert betraktet, er uavhengige av TMF.

Vi presenterte en del argumenter mot tesen om at mengden av de mentale utsagn er inkludert i mengden av de mentale utsagn. Tilsvarende la vi frem argumenter mot at disse mengdene er identiske og mot den påstand at de fysiske utsagn er en delmengde av de

25 Dette kan trolig bare gjøres ved å basere seg på meget sterke filosofisk-metafysiske antagelser som det er vanskelig å tenke seg at kan vinne allmen tilslutning.

© Morten Rognes 2011

mentale utsagn. Hvis man oppfatter disse argumentene som overbevisende står man igjen med den mulighet at U;k(EFys) er disjunkt med U;k(EMen) eller at de to mengdene overlapper. Det må innrømmes at det virker eiendommelig om man går inn for den sistnevnte muligheten om man forkaster de tre første. I så fall sitter man igjen med den mulighet at ingen av de kontingente fysiske utsagn er identiske med noe kontingent mentalt utsagn. Dette er det standpunkt som virker mest rimelig på forfatteren. En slik subjektiv oppfatning er imidlertid lite verdt, og denne blotte holdning vil neppe overbevise noen som helst om den ikke underbygges ytterligere med argumenter.

La oss bemerke følgende. At U;k(EFys) ikke har felles elementer med U;k(EMen) innebærer ikke at det er umulig at utsagn av rent fysisk art kan implisere mentale utsagn. Heller ikke utelukker det den omvendte påstand, nemlig at rent mentale utsagn kan implisere fysiske utsagn. Tesen impliserer ikke, som vi nevnte tidligere, at mengden av kontingente fysiske utsagn og mengden av kontingente mentale utsagn er strengt uavhengige av hverandre. Tesen impliserer heller ikke at det mulige nettverk av logiske implikasjonsforhold mellom fysiske utsagn og mentale utsagn skulle være lett å gjennomskue, eller skulle kunne la seg uttrykke på noen enkel måte.

Vi har i dette skrift konsentrert oss om de rent logiske forhold mellom de fysiske utsagn på den ene side og mentale og intensjonale begreper på den annen side. Det er imidlertid ikke utelukket at visse forhold mellom disse utsagnsmengdene som virker tvilsomme sett fra en rent logisk synsvinkel kan ha større interesse, og virke mer plausible, om man ser dem fra en kausal synsvinkel og trekker inn begreper som har med kausalitet å gjøre. Vi skal ta opp slike synspunkter til langt mer utførlig behandling i den tredje delen av dette arbeid.

© Morten Rognes 2011

Referanser

© Morten Rognes 2011

Referanser

Kim [1]	Kim, Jaegwon. *Philosophy of Mind.* Westview Press. Colorado. 1998
Putnam [1]	Putnam, Hilary. *The threefold cord Mind, Body and World*. New York. Columbia University Press. New York. 1999
Rognes [1]	Rognes, Morten. *Om notasjonen som benyttes i mine arbeider,* Upublisert manuskript, 2005
Rognes [10]	Rognes, Morten. *En del grunnleggende begreper og setninger i teorien om presise deskriptive utsagn.* Upublisert manuskript, 1987
Rognes [11]	Rognes, Morten. *En alternativ aksiomatisering av egenskapsteorien E;3.* Upublisert manuskript, 1988
Rognes [12]	Rognes, Morten. *Tilstandsstrukturer og insidens.* Upublisert manuskript, 2008
Rognes [13]	Rognes, Morten. *Om ekvivalensrelasjoner og partisjoner.* Upublisert manuskript, 2008
Rognes [14]	Rognes, Morten. *Om forholdet mellom det mentale og det fysiske. Del I* Upublisert manuskript, 2009
Rognes [15]	Rognes, Morten. *Egenskaper, tid og hendelser* Upublisert manuskript, 2010
Rognes [16]	Rognes, Morten. *Et normalformsteorem i teorien om presise deskriptive utsagn.* Upublisert manuskript, 1996
Rognes [2]	Rognes, Morten. *En oversikt over definisjoner av sentrale begreper i den klassiske predikatlogikk og mengdelære.* Upublisert manuskript, 1985
Rognes [3]	Rognes, Morten. *En teori om presise deskriptive utsagn.* Upublisert manuskript, 1985
Rognes [4]	Rognes, Morten. *Egenskaper. Del I.* Upublisert manuskript, 1986
Rognes [5]	Rognes, Morten. *Egenskaper. Del II (Bevis for teoremer)* , Upublisert manuskript, 1987
Rognes [6]	Rognes, Morten. *ZFC og eksistensen av urindivider. Noen konsistensresultater.* Upublisert manuskript, 1986
Rognes [7]	Rognes, Morten. *Noen gjetninger angående ZFC utvidet med aksiomer om urindivider.* Upublisert manuskript, 1986
Rognes [8]	Rognes, Morten. *Noen betraktninger over urindivider i Zermelo-Fraenkel mengdelære.* Upublisert manuskript, 1986
Rognes [9]	Rognes, Morten. *En intepretasjon av egenskapsteorien E;4.* Upublisert manuskript, 1986
Rosenthal [1]	Rosenthal, David M. *The Nature of Mind*. Oxford University Press. Oxford. 1991

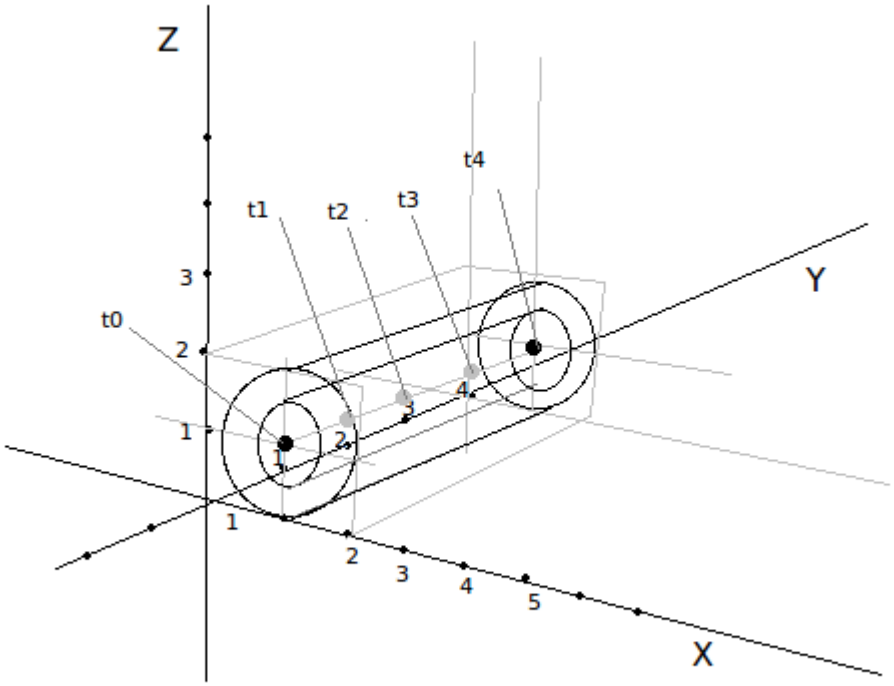
© Morten Rognes 2011

Appendix I

Noen illustrasjoner

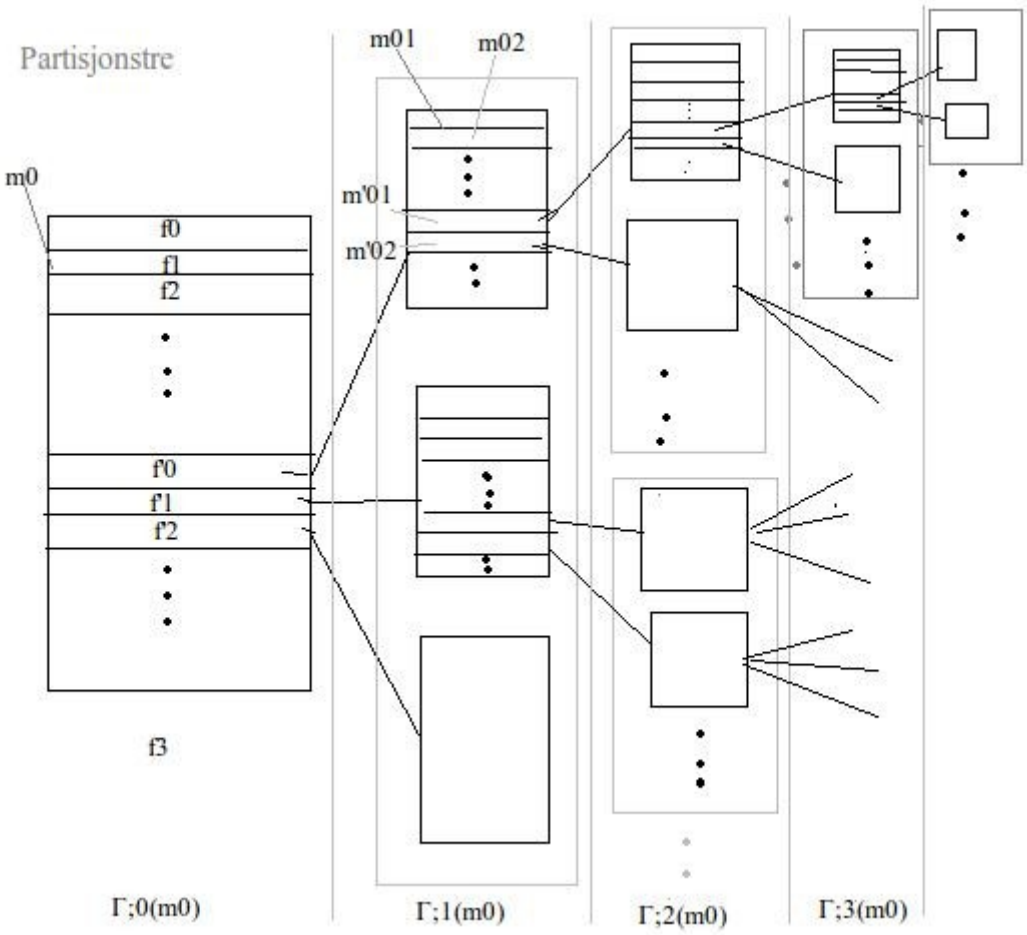
© Morten Rognes 2011

Figur I



© Morten Rognes 2011

Figur 2



© Morten Rognes 2011

Copyright beskrivelse

Dette arbeidet er © Morten Rognes 2002. Det er fullstendig fritt i den forstand at man kan kopiere det for eget bruk og distribuere kopier til andre så lenge dette ikke er for salg eller økonomisk vinning. *Kopier må være av arbeidet i sin helhet og i sin opprinnelige form slik det er distribuert her, og må i tillegg inneholde denne copyright-beskrivelsen skrevet på norsk* .

Det er lov til å sitere fra dette arbeidet i egne skrifter etter de regler og standarder som er internasjonalt akseptert for sitering i vitenskapelige publikasjoner. Under ingen omstendigheter er det lov å sitere deler av dette arbeid, eller hele dette arbeid, på en slik måte at man utgir det for å være ens eget.

Henvisninger til dette arbeid bør inneholde de følgende data i en komma-separert liste: etternavnet til denne forfatteren, fornavnet til denne forfatteren, tittelen på arbeidet, årstallet det opprinnelig ble skrevet som angitt på tittelbladet, uttrykket "Upublisert", den fullstendige URL fra hvilket dette arbeidet ble lastet ned, dato og årstall for nedlasting, samt det versjonsnummeret som er angitt på tittelbladet. Eksempel:

> Rognes, Morten, "En oversikt over definisjoner av sentrale begreper i den klassiske predikatlogikk og mengdelære", 1985, Upublisert, http://www.uio.no/~mrognes/arbeider/mrog73a.sit.hqx, 4-4-2002, v1.00.

© Morten Rognes 2011